

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ В. Н. КАРАЗИНА

ГОРОБЕЦ Н. Н., ЛЯЩЕНКО В. А., ЯЦУК Л. П.

ТЕОРИЯ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов
радиофизического факультета

ХАРЬКОВ – 2005

УДК 538.56
ББК 22.336
Х 43

Рекомендовано ученым советом радиофизического факультета Харьковского национального университета имени В. Н. Каразина (протокол № 8 от 21.10.05).

Рецензенты:

ст. науч. сотрудник ИРЭ НАН Украины им. О. Я. Усикова, доктор физ.- мат наук,
проф. А. А. Булгаков;
зав. кафедрой теоретической радиофизики ХНУ им. В.Н. Каразина, доктор физ.- мат наук,
проф. Н. Н. Колчигин.

**Х 43 Горобец Н. Н., Ляшенко В. А., Яцук Л. П. Теория волновых процессов:
Учебно-методическое пособие. – Х.: ХНУ имени В. Н. Каразина, 2005. – 52 с.**

В учебно-методическом пособии рассмотрены основные физические закономерности формирования полей, излучаемых электрическими и магнитными токами. Показано, что анализ распределения полей в раскрывах антенн позволяет с единой точки зрения изучить направленные характеристики антенных систем различных типов конфигураций и размеров.

Учебно-методическое пособие предназначено для самостоятельной работы студентов радиофизического факультета по курсу «Теория волновых процессов».

In the presented school-book the base physical regularities of forming the fields radiated with electric and magnetic currents was discussed. It is shown that analyses of field distribution in antenna apertures allows by the single view point to study directivity characteristics of antennas system of different forms and sizes.

The school-book is intended for the work of students of radio physical professions for the course “Theory of wave processes” studying on one’s own.

У навчально-методичному посібнику розглянуто основні фізичні закономірності формування полів, які випромінюються електричними та магнітними струмами. Показано, що аналіз розподілу полів у розкривах антен дозволяє з єдиної точки зору вивчити спрямовані характеристики антенних систем різних конфігурацій та розмірів.

Навчально-методичний посібник призначен для самостійної роботи студентів радіофізичного факультету з курсу «Теорія хвильових процесів».

УДК 538.56
ББК 22.336

© ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2005
© Горобець М. М., Ляшенко В. О.,
Яцук Л. П., 2005
© Дончик І. М., макет
обкладинки, 2005

ВВЕДЕНИЕ

Теория волновых процессов, то есть поведения волн в процессе излучения, распространения, дифракции, рассеяния, фокусировки и взаимодействия с материальными средами, имеет фундаментальное значение для развития науки и техники. В частности, в радиофизике и электронике эта теория определяет развитие радиосвязи, радиолокации, телевидения, радионавигации. Определяющее значение теория волновых процессов имеет для антенной техники, с помощью которой реализуется то или иное требуемое распределение электромагнитной энергии в пространстве.

В последние десятилетия развитие мировой науки в области радиофизики характеризуются двумя факторами – внедрением в практику научных исследований мощной быстродействующей компьютерной техники и резким увеличением количества радиосредств, в частности, средств мобильной радиосвязи по принципу «каждый с каждым» в глобальном масштабе. В связи с последним обстоятельством остро стоят задачи решения проблем обеспечения электромагнитной совместимости радиоэлектронных систем различного функционального назначения, работающих как в одном, так и в разных частотных диапазонах. Еще более важны проблемы обеспечения электромагнитной безопасности и электромагнитной экологии, обусловленные в значительной степени еще и тем, что антенны мобильных радиотелефонов располагаются непосредственно у головы человека и облучают его мозг.

В настоящей методической разработке даны основы теории электромагнитных волновых процессов и проиллюстрированы главные физические закономерности формирования в пространстве поля, излученного антеннами разных типов. Основное внимание уделяется влиянию на диаграмму направленности (ДН) распределения амплитуд и фаз токов или полей, возбуждающих элементарные излучатели в излучающем раскрыве антенны. Рассматривается не только главный лепесток ДН, но и область пространства за его пределами, где формируются боковые лепестки. Это необходимо для оценки таких важных параметров антенны, как коэффициент направленного действия и коэффициент усиления. Весь расчетный иллюстративный материал получен на кафедре прикладной электродинамики с использованием современной вычислительной техники.

Расчеты диаграмм направленности путем численного интегрирования позволили достаточно строго оценить возможности их реализации на практике выбором соответствующей формы амплитудного и фазового распределения источников поля в антенне. Полученные данные заметно отличаются от тех, которые приведены в классических учебниках. Это связано с тем, что ранее при отсутствии быстродействующей вычислительной техники расчеты проводились на основе приближенных решений, справедливых в ограниченной области параметров задачи. Расхождения старых и новых расчетных данных особенно ярко проявились при исследовании влияния на ДН квадратичных и кубических фазовых распределений тока в антенне, а также при оценке согласующих свойств рупорных антенн. Полученные расчетные данные лучше, чем старые, согласуются с экспериментальными результатами. Это позволяет наглядно убе-

диться в высокой эффективности и точности теории волновых процессов и необходимости ее дальнейшего развития с использованием новейших достижений науки.

Авторы благодарны А. А. Булгаковой за проведение расчетов и помощь в оформлении рукописи.

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Излучение электромагнитных волн из передающих линий в свободное пространство осуществляется антенными устройствами, обеспечивающими в нем заданное распределение интенсивности излучаемого поля. Направленные свойства антенны характеризуются ее диаграммой направленности. Диаграмма направленности антенны может быть определена по полю или по мощности. Обозначим их соответственно $F(\vartheta, \varphi)$ и $\Phi(\vartheta, \varphi)$, где ϑ и φ – угловые координаты сферической системы координат, связанной с антенной. *Диаграммой направленности по мощности* называется зависимость плотности потока мощности в дальней зоне от угловых координат ϑ и φ точки наблюдения при неизменных условиях возбуждения. *Диаграммой направленности по полю* называется зависимость напряженности поля в дальней зоне от угловых координат точки наблюдения при неизменных условиях возбуждения. На практике удобно пользоваться нормированными (к максимальному значению измеряемой величины) диаграммами направленности:

$$F(\vartheta, \varphi) = E(\vartheta, \varphi) / E_{\max}(\vartheta_0, \varphi_0);$$
$$\Phi(\vartheta, \varphi) = |E(\vartheta, \varphi)|^2 / |E_{\max}(\vartheta_0, \varphi_0)|^2,$$

где ϑ_0, φ_0 – угловые координаты, определяющие направление максимума излучения.

Отсюда следует, что нормированные диаграммы направленности по мощности $\Phi(\vartheta, \varphi)$ и напряжению $F(\vartheta, \varphi)$ связаны соотношением

$$\Phi(\vartheta, \varphi) = |F(\vartheta, \varphi)|^2.$$

В основе формирования диаграммы направленности антенны лежат принцип Гюйгенса и явление интерференции волн. Напряженности полей электромагнитных волн, приходящих в точку наблюдения от элементарных излучателей, расположенных на поверхности антенны, складываются геометрически с учетом их амплитуд и фаз, определяемых двумя факторами:

- начальными амплитудами и фазами возбуждения элементарных излучателей;
- длинами путей от каждого из элементарных излучателей до точки наблюдения, зависящими от положений рассматриваемых излучателей на поверхности антенны и направления на точку наблюдения.

Элементарными излучателями электромагнитного поля считаются следующие:

- 1) электрические диполи Герца – элементарные (малой длины по сравнению с длиной волны) линейные излучатели, по которым текут электрические токи постоянной амплитуды;
- 2) магнитные диполи Герца – элементарные линейные магнитные токи, порождаемые отверстиями в металлическом экране;
- 3) элементарные излучатели Гюйгенса, образованные скрещенными электрическими и магнитными диполями Герца. Такие излучатели эквивалентны элементам фронта волны в раскрыве антенны.

Расчет диаграммы направленности основан на решении задачи возбуждения электромагнитных волн в безграничном пространстве заданными источниками – это так называемая внешняя задача теории антенн. Внутренняя задача связана с нахождением функции распределения полей этих источников на излучающей поверхности.

Рассмотрим основные этапы решения внешней задачи для безграничного изотропного однородного свободного пространства.

1. ПОЛЕ ЗАДАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

Для определения напряженности электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей, излучаемых антенной, необходимо решить неоднородные уравнения Максвелла, содержащие в правых частях функции, которое описывает распределение плотности электрического \vec{j}° или магнитного \vec{J}^M токов на поверхности антенны. Рассмотрим случай монохроматической волны, когда зависимость от времени t описывается экспонентой $e^{i\omega t}$ (i – мнимая единица; ω – круговая частота).

Известно [1–3], что процесс решения уравнений Максвелла относительно полей \vec{E} и \vec{H} существенно упрощается, если воспользоваться вспомогательными электрическим \vec{P}° и магнитным \vec{P}^M векторами Герца, с помощью которых электрическое и магнитное поля выражаются следующим образом:

$$\vec{E} = \text{grad div } \vec{P}^{\circ} + k^2 \vec{P}^{\circ} - i\omega\mu \text{ rot } \vec{P}^M; \quad (1)$$

$$\vec{H} = i\omega\varepsilon \text{ rot } \vec{P}^{\circ} + \text{grad div } \vec{P}^M + k^2 \vec{P}^M, \quad (2)$$

где $k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu} = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны в среде с диэлектрической проницаемостью ε , с магнитной проницаемостью μ (здесь и далее используется система единиц СИ, ε и μ – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемость).

Векторы \vec{P}° и \vec{P}^M удовлетворяют дифференциальным уравнениям второго порядка:

$$\Delta \vec{P}^{\circ} + k^2 \vec{P}^{\circ} = -\vec{j}^{\circ}/i\omega\varepsilon; \quad (3)$$

$$\Delta \vec{P}^M + k^2 \vec{P}^M = -\vec{J}^M/i\omega\mu. \quad (4)$$

В безграничном однородном изотропном пространстве эти уравнения решают с помощью функции Грина для свободного пространства $G(\vec{r}/\vec{r}') = e^{-ik|\vec{r}-\vec{r}'|}/|\vec{r}-\vec{r}'|$:

$$\vec{P}^{\circ} = \frac{1}{4\pi i\omega\varepsilon} \int_v \vec{j}^{\circ} \frac{e^{-ikR}}{R} dv; \quad (5)$$

$$\vec{P}^M = \frac{1}{4\pi i\omega\mu} \int_v \vec{J}^M \frac{e^{-ikR}}{R} dv, \quad (6)$$

где $R = |\vec{r} - \vec{r}'|$, \vec{r} и \vec{r}' – радиус-векторы, определяющие координаты точек наблюдения (\vec{r}) и интегрирования (\vec{r}') (рис. 1).

Физический смысл записанных выражений можно понять, если представить их как пределы суммы интегралов по элементарным объемам Δv_v , на которые можно разбить полный объем V , в котором текут токи \vec{j}^o и \vec{j}^m .

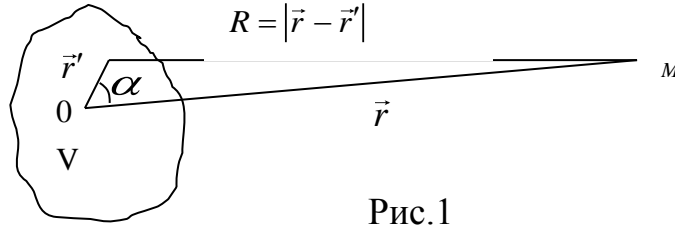


Рис.1

Так, например, при наличии только электрических токов можно записать:

$$\vec{P}^o = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ (\Delta v_v \rightarrow 0)}} \sum_{v=1}^N \Delta \vec{P}_v^o. \quad (7)$$

Здесь $\Delta \vec{P}_v^o$ – вектор Герца в точке наблюдения M (см. рис. 1), порожденный током \vec{j}_v^o . В силу малости этого объема интеграл по нему можно представить в соответствии с теоремой о среднем в следующем виде:

$$\Delta \vec{P}_v^o = \frac{\Delta v_v}{4\pi i \omega \epsilon} \vec{j}_v^o \frac{e^{-ikR_v}}{R_v}, \quad (8)$$

где $R_v = |\vec{r} - \vec{r}'|$, \vec{r}_v – координаты некоторой внутренней точки объема v_v .

Выражения (7), (8) подтверждают тот факт, что амплитуда и фаза поля в точке M определяются как распределением амплитуд и фаз токов \vec{j}_v^o , так и расстояниями от них до точки наблюдения. Если размеры антенны соизмеримы с длиной волны (и тем более, больше ее), фазы полей, приходящих из разных точек антенны, могут существенно отличаться друг от друга из-за различия длин путей, проходимых разными лучами. Соотношение этих фаз зависит от направления из некоторой средней точки антенны на точку наблюдения. Например, рассмотрим антенну, образованную N излучателями, расположенными вдоль прямой линии (рис. 2) на расстоянии d друг от друга.

С большого расстояния вся антенна видна под малым углом зрения. Поэтому можно считать, что лучи, приходящие в точку наблюдения от всех точек антенны, параллельны. Следовательно, в направлении нормали к плоскости решетки длины всех лучей (лучи, обозначенные цифрой 1 на рис. 2а) одинаковы, и поля от возбужденных синфазно излучателей складываются по их абсолютной величине, т. е. синфазно (рис. 3).

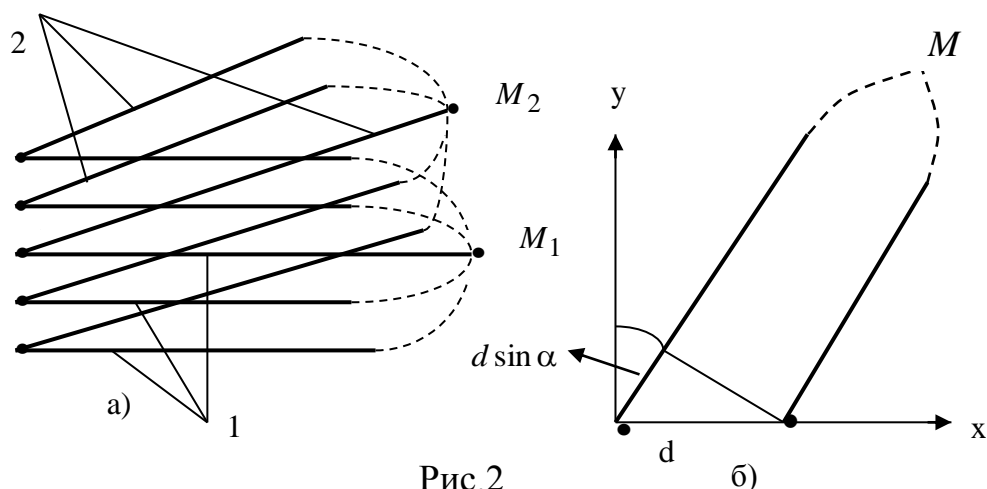


Рис.2

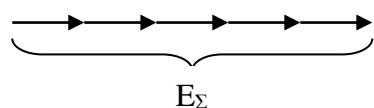


Рис. 3

При отклонении от направления нормали на угол ε (лучи 2 на рис. 2) появляется разность хода лучей от соседних излучателей, равная $d \sin \varepsilon$ (рис. 2б), за счет чего происходит сдвиг по фазе $\Delta\Psi = kd \sin \varepsilon$ между полями от соседних излучателей. Результирующий вектор поля является геометрической суммой векторов, наклоненных под углом $\Delta\Psi$ друг к другу (рис. 4). Его абсолютная величина E_Σ оказывается меньше,

чем в синфазном случае (рис. 3).

Можно найти такую величину угла ε_0 , при которой суммарный вектор становится равным нулю. Дальнейшее увеличение угла ε вновь приводит к появлению отличного от нуля поля. Так формируется интерференционная картина поля, порождающая ту или иную диаграмму направленности антенны. Нетрудно сделать качественный анализ и выяснить, как эта картина зависит от числа N излучателей и расстояния d между ними. Количественные результаты можно получить из выражений (5) и (6) для векторов Герца. Интегралы в этих выражениях в общем случае не берутся. Однако на больших расстояниях от антенны выражение для R в показателе экспоненты можно представить в виде разложения в ряд по малому параметру $|\vec{r}'|/|\vec{r}|$, в котором удерживаются только члены первого порядка малости. Полагая дополнительно, что множитель в (5) $1/R$ можно заменить $1/|\vec{r}|$, выражения (5) и (6) приводят к виду, пригодному для аналитического интегрирования в ряде простейших случаев амплитудно-фазового распределения источников поля в системе излучателей.

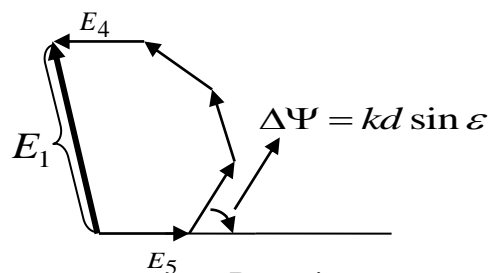


Рис. 4

2. ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ ВЕКТОРА ГЕРЦА В ДАЛЬНОЙ ЗОНЕ

Предположим, что начало координат выбрано в некоторой средней точке O излучающего объема V (см. рис.1). Пусть расстояние r от точки O до точки наблюдения M значительно больше максимального линейного размера L излучающего объема ($L/r \ll 1$). Очевидно, что расстояния $r' = r_v < L$ от точки O до внутренних точек объема V тем более удовлетворяют условию $r_v/r \ll 1$. Выразим расстояние $R = R_v$ от точки интегрирования до точки наблюдения через r и r_v с помощью теоремы косинусов:

$$R_v = \sqrt{r^2 + r_v^2 - 2r r_v \cos \alpha}.$$

Пользуясь формулой бинома Ньютона, представим это выражение с точностью до величин первого порядка малости в виде:

$$R_v \approx r \left[1 - \frac{r_v}{r} \cos \alpha + \frac{1}{2} \left(\frac{r_v}{r} \right)^2 \sin^2 \alpha + \dots \right]. \quad (9)$$

Используя условия $r_v/r \ll 1$, получаем:

$$R_v \approx r - r_v \cos \alpha. \quad (9a)$$

Следующий член разложения выражения (9) $(r_v^2/2r) \sin^2 \alpha$ можно отбросить, если максимальное значение обусловленной им поправки к фазе, описываемой множителем $\exp\{-ikR_v\}$, не превышает, к примеру, $\pi/8$. В принципе, можно задать любую ошибку: π/n , где число n заметно больше 1. Полагая $r_{v \max} = L/2$, $\sin \alpha = 1$, находим, что это условие выполняется, если расстояние r превышает некоторое минимальное расстояние R_{\min} ($r \geq R_{\min}$), определяемое соотношением $nL^2/4\lambda$.

В случае $n = 8$ получаем

$$R_{\min} = \frac{2L^2}{\lambda}. \quad (10)$$

Если $R_{\min} = L^2/\lambda$, тогда допустимая фазовая ошибка равна $\pi/4$.

Наиболее часто употребляемое выражение для нахождения расстояния дальней зоны определяется формулой (10).

Подставим в показатель экспоненты подынтегрального выражения (5) расстояние R_v в виде (9a), полагая, что в множителе при экспоненте для всех точек антенны справедливо приближительное соотношение $\frac{1}{R_v} \approx \frac{1}{r}$. Более грубое, чем в (9a), допущение здесь оправдывается тем, что в амплитудном множителе достаточно обеспечить малость r_v по сравнению с расстоянием r , тогда как в фазовом (в показателе экспоненты), слагаемое $k r_v \cos \alpha$ играет существенную роль, поскольку r_v соизмеримо с длиной волны λ и может быть даже

больше ее. В результате подстановок получаем выражение (5) для вектора Герца в дальней зоне антенны:

$$\vec{\Pi}^0 = \frac{1}{4\pi i\omega\epsilon} \frac{e^{-ikr}}{r} \int_V \vec{j}^0 e^{ik\vec{r}_v\vec{r}^0} dv. \quad (11)$$

Здесь \vec{r}^0 – орт направления из начала координат на точку наблюдения; $\vec{r}_v\vec{r}^0 = r_v \cos \alpha$, угол α показан на рис. 1. Запись показателя экспоненты в подынтегральном выражении в (11) с помощью скалярного произведения удобна при решении конкретных задач, в которых одновременно используются две системы координат: декартова, связанная с источником поля, и сферическая – для определения поля в дальней зоне антенны.

Выражение (11) гораздо проще исходного (5), поскольку оно допускает интегрирование в аналитическом виде для ряда типичных функций распределения амплитуды и фазы тока по объему V .

Как видно из (11), в данном приближении, соответствующем дальней зоне антенны, зависимости поля от расстояния и направления в пространстве разделяются. Расстояние r входит только в функцию сферической волны

$$\Psi(r) = e^{-ikr}/r.$$

Величина интеграла не зависит от r и определяется только направлением на точку наблюдения, поскольку угол α отсчитывается от этого направления. Этот интеграл определяет направленные свойства излучающей системы.

3. КОМПЛЕКСНЫЙ МНОЖИТЕЛЬ СИСТЕМЫ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

Разложим в каждой точке излучающего объема вектор \vec{j}^0 на три декартовы компоненты j_x , j_y , j_z и распишем равенство (11) по компонентам. Оно распадается на три скалярных равенства. Разделим и умножим в каждом из них подынтегральное выражение на величину соответствующей компоненты тока j_0 в начале координат (для простоты опускаем индексы x, y, z , указывающие компоненты). Обозначим $\dot{A}(x, y, z) = \dot{j}(x, y, z)/j_0$ или $\dot{A}(x, y, z) = |\dot{A}(x, y, z)| e^{i\varphi(x, y, z)}$. Здесь $|\dot{A}(x, y, z)| = A(x, y, z)$ – амплитудное распределение плотности тока, т. е. зависимость амплитуды плотности тока от координат раскрытия антенны; $\varphi(x, y, z)$ – фазовое распределение плотности тока, т. е. зависимость фазы плотности тока от координат раскрытия.

С учетом введенных обозначений выражение (11) сводится к виду:

$$\Pi^0 = \frac{j_0}{4\pi i\omega\epsilon} \frac{e^{-ikr}}{r} \dot{f}_c(\vec{r}^0), \quad (12)$$

где

$$\dot{f}_c(\vec{r}^0) = \int_V A(x, y, z) e^{i\varphi(x, y, z)} e^{ik\vec{r}_v\vec{r}^0} dv. \quad (13)$$

В теории антенн функция $\dot{f}_c(\vec{r}^0)$ называется *комплексным множителем системы изотропных излучателей*, в данном случае – системы непрерывной. Аналогичным путем можно получить общее выражение для комплексного множителя дискретной системы излучателей в виде суммы полей, создаваемых отдельными излучателями антенной решетки излучателей.

Комплексный множитель позволяет получить интерференционную картину поля в зависимости от направления в пространстве. Как следует из (13), комплексный множитель определяется следующими факторами:

- геометрическими размерами излучающей системы, появляющимися в явном виде после интегрирования;
- рабочей длиной волны $\lambda = 2\pi/k$;
- амплитудным распределением $A(x, y, z)$;
- фазовым распределением $\varphi(x, y, z)$.

Показатель экспоненциального множителя $\exp \{ik \vec{r}_v \vec{r}^0\}$ в подынтегральном выражении учитывает разность фаз полей, приходящих в точку наблюдения из начала координат и произвольной точки антенны. Направленные свойства отдельного излучателя, являющегося составной частью всей системы, здесь не фигурируют. Поэтому *комплексный множитель является диаграммой направленности системы изотропных излучателей, расположенных непрерывным образом и возбуждаемых с теми же амплитудами и фазами, что и реальные излучатели*. В этом заключается его физический смысл. Изотропными называются гипотетические излучатели, интенсивность излучения которых не зависит от направления.

В случае дискретной системы излучателей интеграл в (13) заменяется суммой: поле в точке наблюдения есть сумма полей, приходящих от каждого излучателя.

Вопросы и упражнения

1. Дайте определение диаграммы направленности.
2. Объясните, каков физический смысл комплексного множителя системы.
3. Укажите физический смысл множителей в подынтегральном выражении (13).
4. При каких условиях можно перейти от строгих выражений для вектора Герца (5) и (6) к более простому виду (12)? Почему при этом переходе в экспоненте удерживается член первого порядка малости, а в амплитудном множителе $1/R_v$ им можно пренебречь?
5. Объясните физический смысл максимума и нулевых направлений ДН.
6. Какова максимальная фазовая ошибка в определении фазы сферической волны, если точка наблюдения находится на расстоянии $r = 2L^2/\lambda$ (L – максимальный размер антенны; λ – длина волны).
7. Какие условия должны выполняться в дальней зоне?
8. Чему равно расстояние дальней зоны, если размеры антенны значительно меньше длины волны?

4. ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ \vec{E} И \vec{H} В ДАЛЬНОЙ ЗОНЕ АНТЕННЫ

4.1. Сферическая система координат

Поле, излучаемое антенной, удобно записывать в сферической системе координат r, ϑ, φ стандартным образом связанной с декартовой системой координат x, y, z . Начало координат, как правило, связывают с некоторой средней точкой антенны (рис. 5).

Орты декартовой $\vec{x}^0, \vec{y}^0, \vec{z}^0$ и сферической $\vec{r}^0, \vec{\vartheta}^0, \vec{\varphi}^0$ систем координат связаны между собой следующим образом:

$$\begin{aligned}\vec{x}^0 &= \vec{r}^0 \sin \vartheta \cos \varphi + \vec{\vartheta}^0 \cos \vartheta \cos \varphi - \vec{\varphi}^0 \sin \varphi, \\ \vec{y}^0 &= \vec{r}^0 \sin \vartheta \sin \varphi + \vec{\vartheta}^0 \cos \vartheta \sin \varphi + \vec{\varphi}^0 \cos \varphi, \quad \vec{z}^0 = \vec{r}^0 \cos \vartheta - \vec{\vartheta}^0 \sin \vartheta\end{aligned}\quad (14)$$

Из этих отношений легко получить выражения для ортов сферической системы координат $\vec{r}^0, \vec{\vartheta}^0, \vec{\varphi}^0$ через орты $\vec{x}^0, \vec{y}^0, \vec{z}^0$. Так, например, проекция орта \vec{r}^0 на ось x есть результат скалярного умножения на него первого равенства (14). Аналогично можно найти и все другие проекции.

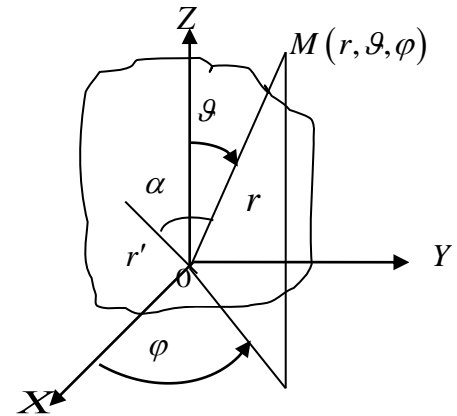


Рис. 5

4.2. Связь полей \vec{E} и \vec{H} с вектором Герца в дальней зоне

Как следует из формулы (11), вектор Герца в общем случае имеет все три компоненты $\Pi_r, \Pi_\vartheta, \Pi_\varphi$, причем каждая из них может быть представлена в виде произведения функции сферической волны $\Psi(r)$ на функцию, зависящую от угловых координат ϑ, φ :

$$\begin{aligned}\Pi_r(r, \vartheta, \varphi) &= \Psi(r) \Pi_r(\vartheta, \varphi); \\ \Pi_\vartheta(r, \vartheta, \varphi) &= \Psi(r) \Pi_\vartheta(\vartheta, \varphi); \\ \Pi_\varphi(r, \vartheta, \varphi) &= \Psi(r) \Pi_\varphi(\vartheta, \varphi).\end{aligned}\quad (15)$$

Поля \vec{E} и \vec{H} связаны с электрическим и магнитным векторами Герца соотношениями (1) и (2). Чтобы получить выражения для полей, необходимо дифференциальные операторы, содержащиеся в выражениях (1) и (2), расписать в сферической системе координат и затем действовать ими на вектор Герца, представленный в (15). При этом следует сохранять только члены, убывающие с расстоянием не быстрее, чем по закону $1/r$, поскольку в дальней зоне в силу неравенства $kr \gg 1$ слагаемые, содержащие более высокие степени множителя $1/r$, оказываются пренебрежимо малыми. Выражения для дифференциальных операторов $grad, div, rot$ в обобщенной ортогональной системе координат можно найти в любом справочнике по высшей математике или книге по теории поля, например, в [3]. Для сферической системы координат они приведены в Приложении. Расписывая подробно в сферической системе координат

операторы $grad$, div , rot , действующие на вектор Герца с компонентами Π_r , Π_g , Π_φ , записанными в форме (15), убеждаемся в том, что слагаемые, порождаемые производными по угловым координатам, убывают с расстоянием быстрее, чем $1/r$. Следовательно, производные по g и φ можно сразу исключить, положив их в указанных выше дифференциальных операторах равными нулю $\left(\frac{\partial}{\partial g}=0; \frac{\partial}{\partial \varphi}=0\right)$.

Производная по r от функции $\Pi_r(r, g, \varphi)$, $\Pi_g(r, g, \varphi)$, $\Pi_\varphi(r, g, \varphi)$ с учетом (15) в этом приближении имеет вид:

$$\frac{\partial \Pi_{r(g, \varphi)}(r, g, \varphi)}{\partial r} \cong -ik \Pi_{r(g, \varphi)}(r, g, \varphi). \quad (16)$$

Действие дифференциальных операторов приводит к следующим результатам:

$$\begin{aligned} div \vec{\Pi} &\cong -ik \Pi_r; \\ grad \, div \vec{\Pi} &\cong -\vec{r}^0 k^2 \Pi_r; \\ rot \, \vec{\Pi} &\cong -ik [\vec{r}^0, \vec{\Pi}]. \end{aligned} \quad (17)$$

Выражения (1), (2) в дальней зоне с учетом (17) сводятся к такому виду:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= k^2 [\vec{r}^0, \vec{\Pi}^0], \vec{r}^0 - k\omega\mu [\vec{r}^0, \vec{\Pi}^M]; \\ \vec{H} &= k\omega\varepsilon [\vec{r}^0, \vec{\Pi}^0] + k^2 [\vec{r}^0, \vec{\Pi}^M], \vec{r}^0. \end{aligned} \quad (18)$$

Используя выражение (11) для электрического вектора Герца и аналогичное ему – для магнитного, получаемого из (11) путем замены j^0 на $-j^M$ и ε на $-\mu$, находим в соответствии с (18) выражения для полей \vec{E} и \vec{H} в случаях, когда источником поля является либо только электрический, либо только магнитный ток.

Поле электрического тока

$$\vec{E} = i \frac{k}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \Psi(r) \int_V [\vec{r}^0, [\vec{r}^0, \vec{j}^0]] e^{ik\vec{r}_v \cdot \vec{r}^0} dv; \quad (19)$$

$$\vec{H} = -i \frac{k}{4\pi} \Psi(r) \int_V [\vec{r}^0, \vec{j}^0] e^{ik\vec{r}_v \cdot \vec{r}^0} dv.$$

Поле магнитного тока

$$\begin{aligned} \vec{H} &= i \frac{k}{4\pi} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \Psi(r) \int_V [\vec{r}^0, [\vec{r}^0, \vec{j}^M]] e^{ik\vec{r}_v \cdot \vec{r}^0} dv; \\ \vec{E} &= i \frac{k}{4\pi} \Psi(r) \int_V [\vec{r}^0, \vec{j}^M] e^{ik\vec{r}_v \cdot \vec{r}^0} dv. \end{aligned} \quad (20)$$

5. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ИЗЛУЧАТЕЛИ

Любая излучающая поверхность антенны может быть представлена в виде набора элементарных излучателей: либо электрических диполей Герца, либо магнитных диполей Герца, либо излучателей Гюйгенса [1;3]. Поля этих излучателей в дальней зоне и их диаграммы направленности найдем, используя (19) и (20).

5.1. Электрический диполь Герца

Поместим элемент электрического тока I^e длиной ΔL , текущего вдоль оси z , в начало сферической системы координат (рис. 5). Распишем векторные произведения и, пользуясь малостью длины диполя, получим выражения для полей \vec{E} и \vec{H} электрического диполя Герца в следующем виде:

$$\vec{E} = \vec{g}^0 i \frac{I^e \Delta L \omega \mu}{4\pi} \Psi(r) \sin \vartheta, \quad (21)$$

$$\vec{H} = \vec{\varphi}^0 i \frac{I \Delta L k}{4\pi} \Psi(r) \sin \vartheta.$$

Выделяя в этих выражениях зависимость полей от угловых координат, получаем диаграмму направленности электрического диполя в виде функции:

$$F_0(\vartheta) = \sin \vartheta, \quad (22)$$

которая является осесимметричной, т. е. не зависящей от угла φ .

5.2. Магнитный диполь Герца

Поля \vec{E} и \vec{H} магнитного диполя получаем в виде:

$$\vec{H} = \vec{g}^0 i \frac{I^m \Delta L \omega \mu}{4\pi} \Psi(r) \sin \vartheta; \quad (23)$$

$$\vec{E} = -\vec{\varphi}^0 i \frac{I^m \Delta L k}{4\pi} \Psi(r) \sin \vartheta.$$

Отсюда следует, что силовые линии поля \vec{H} магнитного диполя совпадают с силовыми линиями поля \vec{E} электрического диполя и наоборот, что полностью соответствует принципу перестановочной двойственности уравнений Максвелла. Диаграммы направленности магнитного и электрического диполей совпадают друг с другом.

5.3. Элементарный излучатель Гюйгенса

Пусть в плоскости xOy имеется элемент фронта плоской волны, распространяющейся вдоль оси z . Вектор электрического поля имеет компоненту E_x , магнитного – H_y . Этим полям соответствуют магнитный и электрический диполи Герца, направленные соответственно вдоль ортов $-\vec{y}^0$ и $-\vec{x}^0$. Полное поле определяется суммой полей, излучаемых обоими диполями. Используя представления (19) и (20), с учетом малости площади $\Delta S = \Delta x \cdot \Delta y$ рассматриваем

мого элемента, а также применяя формулы связи между ортами декартовой и сферической систем координат (14), получаем поле \vec{E} в следующем виде [1]:

$$\vec{E} = (\vec{g}^0 \cos \varphi - \vec{\varphi}^0 \sin \varphi) (1 + \cos \vartheta) (ikE_x \Delta s / 4\pi) \Psi(r). \quad (24)$$

Отсюда видно, что диаграмма направленности элементарного излучателя Гюйгенса по полному полю $E = \sqrt{E_g^2 + E_\varphi^2}$ представляется функцией:

$$F(\vartheta) = (1 + \cos \vartheta) / 2. \quad (25)$$

Как и в предыдущих случаях, она оказывается осесимметричной (не зависит от угла φ).

Вопросы и упражнения

1. Докажите равенство (16).
2. Пользуясь данными в Приложении выражениями для дифференциальных операторов *div*, *grad*, *rot*, докажите справедливость выражений (18).
3. Исходя из выражений (1) и (2), получите с учетом (17) выражения (18). Что можно сказать о направлении и взаимном расположении векторов \vec{E} и \vec{H} , порождаемых только электрическим током, только магнитным током?
4. Как связаны между собой амплитуды полей \vec{E} и \vec{H} в дальней зоне?
5. Пользуясь выражениями (5), (6) и (18), получите выражения для полей (19) и (20), порождаемых только электрическими и только магнитными токами.
6. Исходя из формулы (19), получите выражения для полей \vec{E} и \vec{H} помещенного в начало координат электрического диполя с током I , направленным вдоль оси z . Предполагается, что длина диполя $L \ll \lambda$ (λ — длина волны).
7. Выполните задание п. 6 для магнитного диполя.
8. Проанализируйте силовые линии электрического и магнитного диполей, их диаграммы направленности.
9. Получите методом вектора Пойнтинга выражение, определяющее сопротивление излучения элементарного электрического вибратора в свободном пространстве.
10. Получите формулу для определения коэффициента направленного действия элементарного электрического вибратора в произвольном направлении его излучения.
11. Выведите формулу, определяющую коэффициент направленного действия в произвольном направлении элементарного излучателя Гюйгенса. Определите максимальный коэффициент направленного действия этого излучателя.
12. Элементарный электрический вибратор длиной $L = 0,02$ м, ось которого направлена вдоль z , расположен в начале декартовой системы координат. Вибратор возбужден током, амплитуда которого равна 1 А, а частота $f = 300$ МГц. Определите амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей излучения этого вибратора в точке P , находящейся в экваториальной плоскости вибратора на расстоянии $R = 100$ м от него.

6. ЛИНЕЙНЫЕ АНТЕННЫ

6.1. Общие выражения для полей

В антенной технике часто используются непрерывные или дискретные излучающие системы, расположенные вдоль прямой линии. Такие антенны называются *линейными*. Рассмотрим непрерывную линейную систему элементарных излучателей, которая представляет собой электрический ток, текущий вдоль оси z по проводнику длиной a ($-a/2 \leq z \leq a/2$). Пусть плотность тока на этом отрезке описывается функцией

$$\vec{j}^z(z) = \vec{z}^0 j_0 A(z) e^{i\varphi(z)} \delta(x) \delta(y), \quad (26)$$

где $A(z)$ – нормированное амплитудное распределение тока вдоль оси z ; j_0 – амплитуда тока; $\varphi(z)$ – фазовое распределение; $\delta(x)$, $\delta(y)$ – дельта-функции Дирака.

Проанализируем распределение поля, излучаемого таким током, в пространстве дальней зоны. Подставим плотность тока (26) в выражения для полей (19). В рассматриваемом случае $\vec{r}_v = \vec{z}^0 z$ объемные интегралы благодаря наличию в функции распределения (26) дельта-функций превращаются в линейные. Раскрывая в (19) скалярные и векторные произведения с учетом (14), получим:

$$\vec{E} = \vec{g}^0 \frac{i k}{4 \pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \Psi(r) j_0 \sin \vartheta \int_{-a/2}^{a/2} A(z) e^{i\varphi(z)} e^{ikz \cos \vartheta} dz; \quad (27)$$

$$\vec{H} = \vec{\varphi}^0 \frac{i k}{4 \pi} \Psi(r) j_0 \sin \vartheta \int_{-a/2}^{a/2} A(z) e^{i\varphi(z)} e^{ikz \cos \vartheta} dz. \quad (28)$$

6.2. Правило перемножения диаграмм направленности

Из выражений (27) и (28) следует, что в дальней зоне линейной антенны направления силовых линий электрического и магнитного полей такие же, как у электрического диполя Герца. Что касается направленных свойств системы в виде линейного тока конечной длины, то диаграмма направленности $F(\vartheta)$ определяется произведением двух функций:

$$F(\vartheta) = F_0(\vartheta) f_c(\vartheta), \quad (29)$$

где $F_0(\vartheta) = \sin \vartheta$ – диаграмма направленности электрического диполя Герца в соответствии с (22);

$$f_c(\vartheta) = \int_{-a/2}^{a/2} A(z) e^{i\varphi(z)} e^{ikz \cos \vartheta} dz - \quad (30)$$

комплексный множитель линейной системы излучателей (в соответствии с (13)), в данном случае – непрерывно распределенной вдоль оси z системы изотропных излучателей.

Таким образом, из частного примера следует правило перемножения диаграмм направленности (теорема Бонч-Бруевича), представленное в виде равенства (29): диаграмма направленности системы идентичных, одинаково ориентированных излучателей есть произведение диаграммы направленности элементарного излучателя, если система непрерывная, или одиночного излучателя,

если система дискретная, помещенного в начало координат, на комплексный множитель системы.

Это правило справедливо для систем идентичных, одинаково ориентированных излучателей, расположенных вдоль прямой линии, на плоскости или в прямоугольном объеме как непрерывных, так и дискретных систем излучателей.

Диаграмма направленности одиночного излучателя – это, как правило, медленно меняющаяся функция угла. Направленные свойства антенны больших размеров (когда длина антенны заметно больше рабочей длины волны) в основном определяются комплексным множителем системы. Поэтому в дальнейшем необходимо исследовать комплексный множитель системы в зависимости от амплитудного и фазового распределения токов элементарных излучателей, а также от размера антенны. Удобнее всего это сделать на примере линейной системы излучателей.

6.3. Направленные свойства непрерывной линейной системы элементарных излучателей

Пусть система излучателей расположена вдоль оси z на отрезке длиной a ($-a/2 \leq z \leq a/2$).

Чтобы изучить направленные свойства этой системы в зависимости от ее длины, амплитудного и фазового распределения, необходимо подставить в выражение (30) функции $A(z)$ и $\varphi(z)$ в явном виде, выполнить интегрирование, а затем проанализировать результат.

6.3.1. Синфазные системы с постоянным и спадающим к краям амплитудным распределением.

Подробно рассмотрим синфазные системы ($\varphi(z)=0$) с постоянным ($A(z)=1$) и спадающим к краям по закону $A(z)=\cos(\pi z/a)$ амплитудным распределением:

Случай 1. Синфазная система с постоянным амплитудным $A(z)=1$ и постоянным фазовым распределением $\varphi(z)=0$ (рис. 6), как следует из (30), имеет нормированную диаграмму направленности следующего вида

$$F_c = \frac{f_c}{f_{c\max}} = \frac{\sin \eta}{\eta}, \text{ где } \eta = \frac{1}{2}ka \sin \varepsilon. \quad (31)$$

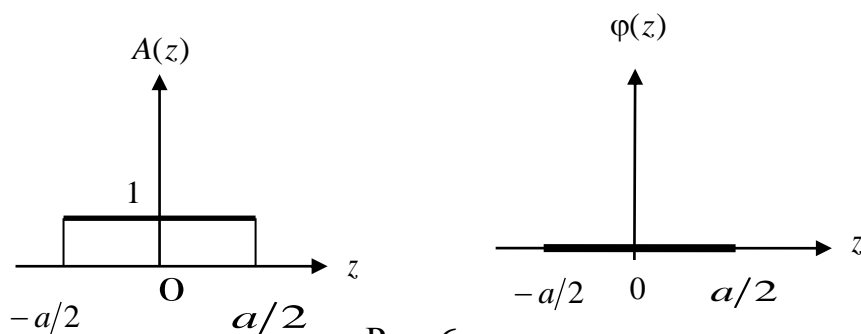


Рис. 6

Здесь и далее введен угол ε , отсчитываемый от нормали к оси антенны z .

Расчеты, проведенные по формуле (31), для антенн различных электрических длин a/λ представлены на рис. 7а, б, в, г. Из графиков рис. 7 видно, что с увеличением длины антенны сужается главный лепесток диаграммы направленности, увеличивается количество боковых лепестков, но максимальный уровень их не изменяется. Отметим, что фаза поля изменяется на 180° при переходе ДН через нуль, т. е. поля в соседних боковых лепестках ДН противофазны.

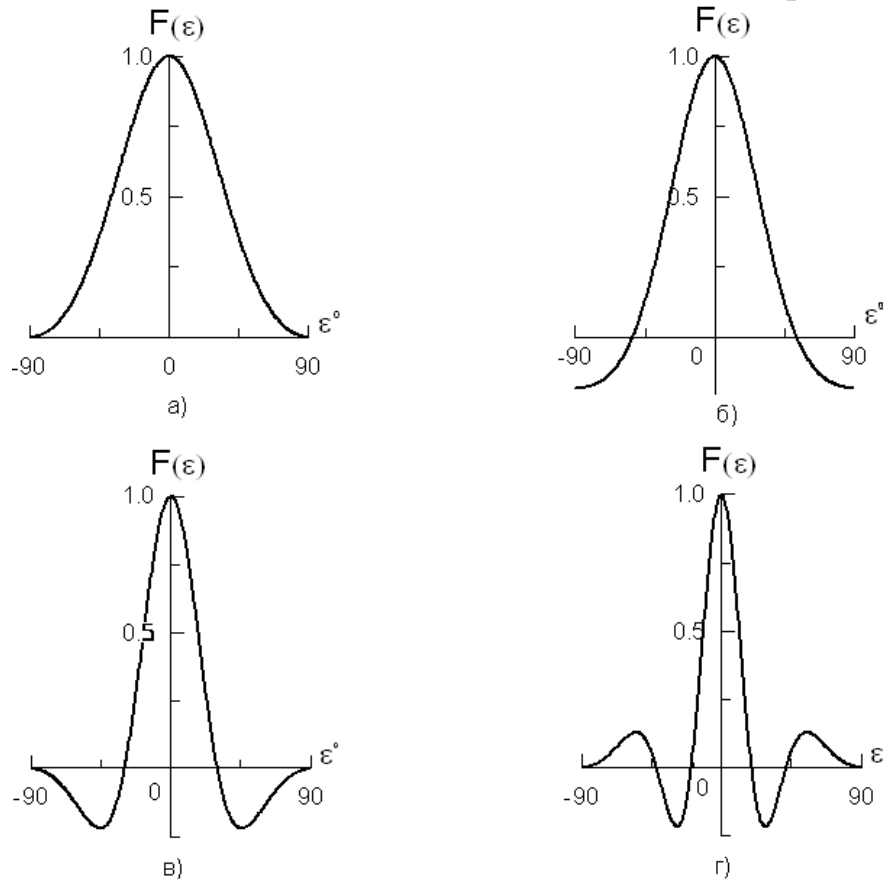


Рис. 7. Диаграммы направленности линейных антенн разных электрических длин с постоянным амплитудным и с постоянным фазовым распределениями

а) $a/\lambda = 1$; б) $a/\lambda = 1.25$; в) $a/\lambda = 2$; г) $a/\lambda = 3$.

Функция $\frac{\sin \eta}{\eta}$, где $\eta = \frac{1}{2} k a \sin \varepsilon$, имеет большое значение в теории антенн.

Характеризуемая ею диаграмма направленности имеет главный максимум, перпендикулярный линии расположения излучателей, и обладает осевой симметрией.

Направления нулевых излучений совпадают с нулями числителя (31), т. е. имеют место при

$$\eta = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \varepsilon_{0,n} = n\pi, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (32)$$

откуда

$$\sin \varepsilon_{0,n} = n \frac{\lambda}{a}. \quad (33)$$

Из полученного соотношения видно, что диаграмма направленности системы $F_c(\eta)$ имеет нули лишь в том случае, если длина системы больше или равна длине волны $a \geq \lambda$, поскольку $|\sin \varepsilon_{0,n}| \leq 1$. Если линейные размеры системы значительно больше длины волны $\left(\frac{\lambda}{a} \ll 1\right)$, то ширина главного лепестка диаграммы направленности «по нулям» в градусах равна

$$2\varepsilon_0 \approx 2 \cdot 57,3 \frac{\lambda}{a} \approx 115 \frac{\lambda}{a}.$$

Ширина главного лепестка «по половине мощности» или по уровню 0.707 по полю определяется из условия

$$\frac{\sin \eta}{\eta} = 0,707.$$

Решением этого уравнения является величина $\eta_{0,7} = 1,39 = 0,443\pi$. Следовательно,

$$\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varepsilon_{0,5} = 0,443\pi,$$

откуда при $\frac{\lambda}{a} \ll 1$, заменяя $\sin \varepsilon_{0,707} \approx \varepsilon_{0,707}$, находим ширину по половине мощности

$$2 \varepsilon_{0,5}^0 \approx 51 \frac{\lambda}{a}. \quad (34)$$

Этой формулой с достаточной для практики точностью можно пользоваться при $\varepsilon_{0,5}^0 < 30^\circ$.

Направления максимумов боковых лепестков приблизительно имеют место при $|\sin \eta| = 1$, т. е.

$$\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varepsilon_{m,n} = (2n+1) \frac{\pi}{2}; \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots,$$

откуда

$$\sin \varepsilon_{m,n} = \frac{2n+1}{2} \frac{\lambda}{a},$$

и величины боковых максимумов

$$\left| F_c(\varepsilon_{m,n}) \right| \approx \frac{1}{\frac{\pi a}{\lambda} |\sin \varepsilon_{m,n}|} = \frac{2}{\pi(2n+1)}. \quad (35)$$

Уровень максимумов первого, второго и третьего боковых лепестков по отношению к главному составляет соответственно 21,2; 12,7 и 9,1 % (в децибелах соответственно - 13,47дБ; - 17,92 дБ и - 20,82 дБ).

Коэффициент направленного действия (КНД) системы изотропных излучателей определим по формуле:

$$D_m = \frac{4\pi}{\int_0^\pi \int_0^\pi F_c^2(\vartheta, \varphi) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi}. \quad (36)$$

Подставляя в эту формулу диаграмму направленности системы (31) и интегрируя по φ , находим

$$\begin{aligned} D_m &= \frac{1}{2} \int_{\pi a/\lambda}^{-\pi a/\lambda} \left(\frac{\sin \eta}{\eta} \right)^2 \frac{\lambda}{\pi a} d(-\eta) = \frac{\lambda}{2\pi a} \int_{\pi a/\lambda}^{-\pi a/\lambda} \sin^2 \eta d\left(\frac{1}{\eta}\right) = \\ &= - \left(\frac{\sin \frac{\pi a}{\lambda}}{\frac{\pi a}{\lambda}} \right)^2 + \frac{\lambda}{\pi a} Si \frac{2\pi a}{\lambda}, \end{aligned} \quad (37)$$

где

$$Si \frac{2\pi a}{\lambda} = \int_0^{\frac{2\pi a}{\lambda}} \frac{\sin t}{t} dt.$$

При возрастании длины системы $\left(\frac{a}{\lambda} > 1\right)$ первое слагаемое в (37) быстро убывает. Во всех практических случаях им пренебрегают по сравнению со вторым. При $\frac{a}{\lambda} \geq 1$ принимают $Si \frac{2\pi a}{\lambda} \approx \frac{\pi}{2}$, допуская ошибку не более 10 %. Тогда коэффициент направленного действия определяем в виде:

$$D_m \approx 2 \frac{a}{\lambda}. \quad (38)$$

Случай 2. Система, в которой амплитудное распределение спадает к краям по закону косинуса, т. е. $A(z) = \cos \frac{\pi}{a} z$. При этом фазовое распределение остается постоянным, т.е. $\varphi(z) = 0$ (рис. 8).

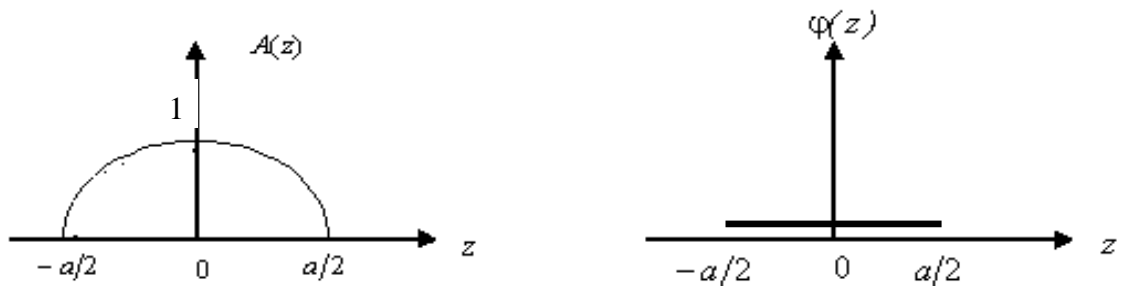


Рис. 8

Тогда диаграмма направленности линейной системы изотропных излучателей имеет вид:

$$f_c(\eta) = \frac{a}{2} \left[\frac{\sin\left(\eta + \frac{\pi}{2}\right)}{\eta + \frac{\pi}{2}} + \frac{\sin\left(\eta - \frac{\pi}{2}\right)}{\eta - \frac{\pi}{2}} \right]. \quad (39)$$

Суммируя ординаты кривых, определяемых двумя слагаемыми формулы (39), легко убеждаемся в том, что спадание амплитуды тока (поля) к краям системы приводит к увеличению ширины главного лепестка диаграммы направленности и уменьшению уровня боковых по сравнению с системой, имеющей постоянную амплитуду. При уменьшении амплитуды тока на краях антенны до нуля ширину главного лепестка по уровню 0,707 по полю или 0,5 по мощности получаем в виде:

$$2 \varepsilon_{0,5}^0 \approx 68 \frac{\lambda}{a}, \quad (40)$$

а величина первого бокового лепестка составляет около 7 %, т. е. уменьшается более чем в три раза (до -23,1дБ). Эффект уменьшения боковых лепестков и расширения главного наблюдаем на графиках рис. 9. Нормированную диаграмму направленности в этом случае легко преобразовать к более компактному виду

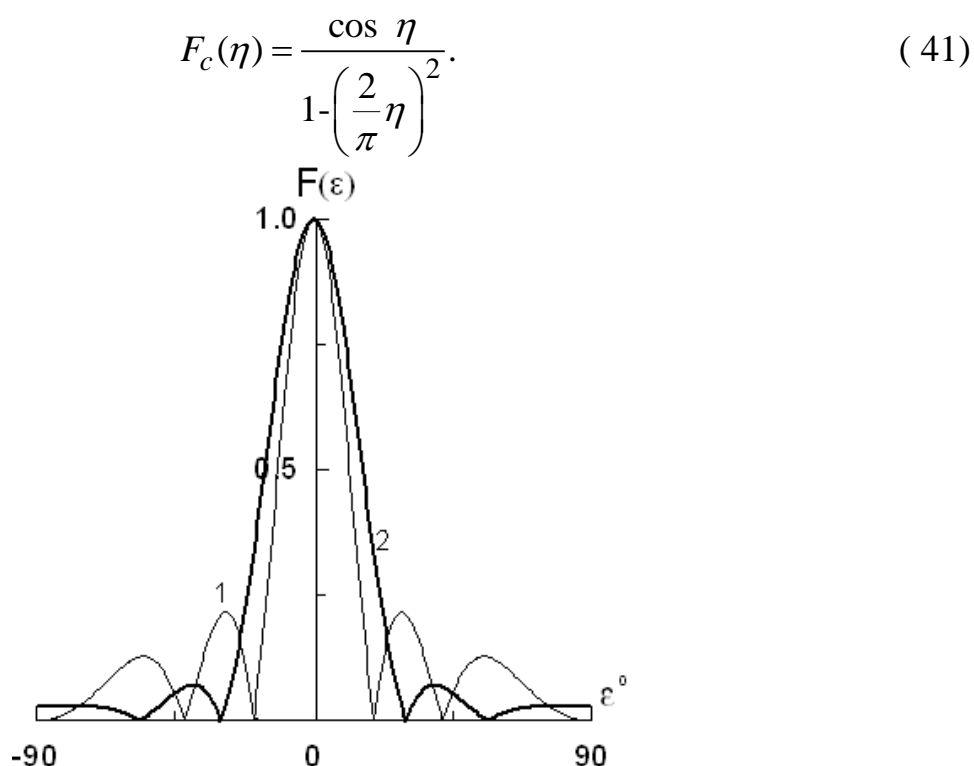


Рис. 9. Диаграмма направленности линейной системы изотропных излучателей при постоянном (кривая 1) и спадающем к краям по закону косинуса (кривая 2) амплитудном распределении

Таким образом, наиболее узкий главный лепесток диаграммы направленности в синфазных системах обеспечивается при постоянном амплитудном распределении, однако при этом велик уровень боковых лепестков. Чтобы уменьшить этот уровень, следует применять спадающее к краям системы амплитудное распределение, однако это приводит к расширению главного лепестка диаграммы направленности. Для уменьшения ширины главного лепестка ДН надо увеличить длину антенны.

6.3.2. Несинфазные системы с постоянным и спадающим к краям амплитудным распределениями

В общем случае фазовое распределение в системе обычно удобно представлять в виде степенного ряда

$$\varphi(\zeta) = k_1\zeta + k_2\zeta^2 + k_3\zeta^3 + \dots = \sum_{\nu=1}^{\infty} k_{\nu}\zeta^{\nu}, \quad (42)$$

где $\zeta = 2z/a$ – приведенная координата, позволяющая определить ДН антенны любых размеров a .

Рассмотрим влияние на диаграмму направленности отдельных членов этого ряда.

Случай 1. Фаза изменяется вдоль системы по линейному закону (рис. 10). Подставляя $A(\zeta) \equiv 1$ и $\varphi(\zeta) = k_1\zeta$, получаем множитель системы

$$f_c(\zeta) = \frac{a}{2} \int_{-1}^1 e^{ik_1\zeta} e^{i\eta\zeta} d\zeta = \frac{a}{2} \int_{-1}^1 e^{i(\eta+k_1)\zeta} d\zeta = a \frac{\sin(\eta+k_1)}{\eta+k_1},$$

который является вещественной функцией. Следовательно, антенна излучает сферическую волну, центр излучения которой (фазовый центр), находится в середине системы.

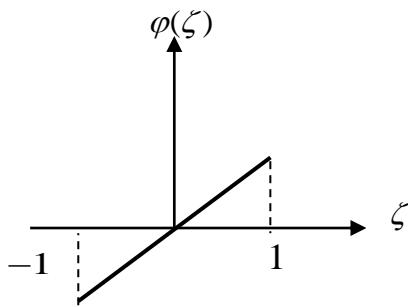


Рис. 10

Нормированная диаграмма направленности системы

$$F_c(\eta) = \frac{\sin(\eta+k_1)}{\eta+k_1}, \quad (43)$$

как функция обобщенной координаты η , совпадает по форме с диаграммой направленности синфазной системы с постоянной амплитудой, но сдвинута относительно нее в декартовой системе координат, (рис. 11) на величину

$$\eta = -k_1 = -\varphi_m, \quad (44)$$

где φ_m – сдвиг по фазе тока (поля) на краю системы по отношению к фазе тока в ее середине. Сдвиг максимума диаграммы направленности в реальных углах показан на рис. 11.

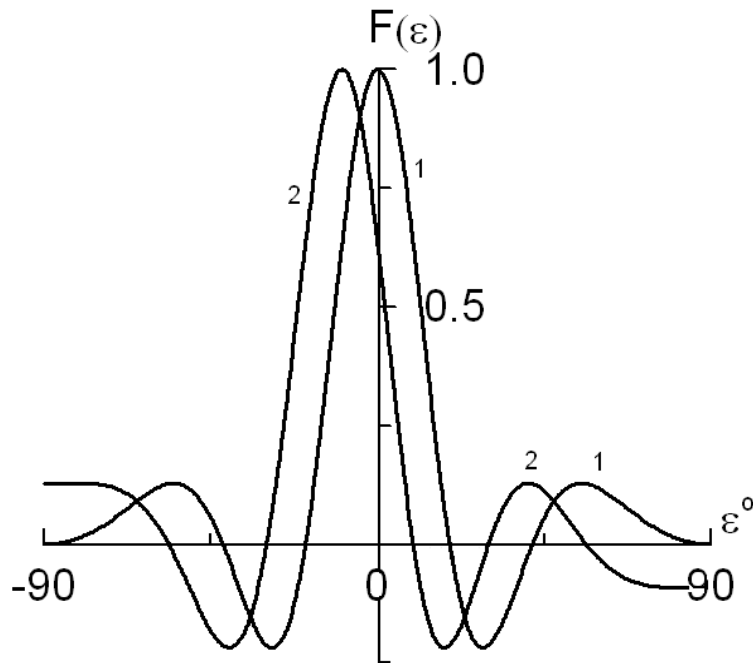


Рис. 11 Диаграмма направленности системы изотропных излучателей с постоянным (кривая 1) и линейным (кривая 2) фазовыми распределениями

Из (44) легко найти этот сдвиг, полагая

$$\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varepsilon_{нов} = \varphi_m,$$

откуда при малых углах $\varepsilon_{нов}^\circ < 30^\circ$ находим

$$\varepsilon_{нов}^\circ \approx 57,3 \frac{\varphi_m \lambda}{\pi a}. \quad (45)$$

Поворот главного максимума диаграммы направленности путем линейного изменения фазы вдоль антенны известен как «метод электрического качания луча» и широко применяется в антеннах радиолокационных станций.

Линейное изменение фазы поля имеет место, например, в раскрыве параболической зеркальной антенны при небольшом смещении облучателя из фокуса в фокальной плоскости.

Случай 2. Фаза тока (поля) изменяется вдоль системы по квадратичному закону (рис. 12).

Квадратичные фазовые изменения или фазовые искажения имеют место, например, в рупорных антеннах или в зеркальных параболических при смещении облучателя из фокуса вдоль фокальной оси.

Предполагаем амплитудное и фазовое распределения равными:

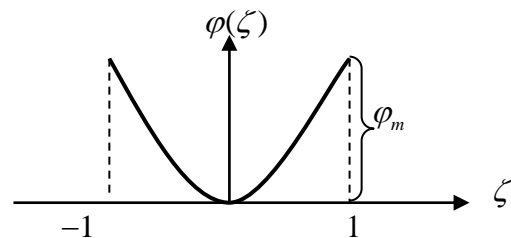


Рис.12

$$A(\zeta) \equiv 1; \quad \varphi(\zeta) = k_2 \zeta^2, \quad (46)$$

тогда комплексный множитель системы получаем в виде

$$f_c(\eta) = \frac{a}{2} \int_{-1}^1 e^{ik_2\zeta^2} e^{i\eta\zeta} d\zeta = \frac{a}{2} \int_{-1}^1 e^{i(\eta\zeta + k_2\zeta^2)} d\zeta. \quad (47)$$

Упростим интеграл, введя новую переменную u , полагая

$$\zeta = \sqrt{\frac{\pi}{2k_2}} u - \frac{\eta}{2k_2}; \quad d\zeta = \sqrt{\frac{\pi}{2k_2}} du; \quad (48)$$

тогда

$$\eta\zeta + k_2\zeta^2 = \sqrt{\frac{\pi}{2k_2}} \eta u - \frac{\eta^2}{2k_2} + \frac{\pi}{2} u^2 - \sqrt{\frac{\pi}{2k_2}} \eta u + \frac{\eta^2}{4k_2} = -\frac{\eta^2}{4k_2} + \frac{\pi}{2} u^2. \quad (49)$$

После подстановки (48) и (49) в (47) получим

$$\dot{f}_c(\eta) = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2k_2}} e^{-i\frac{\eta^2}{4k_2}} \int_{u_1}^{u_2} e^{i\frac{\pi}{2}u^2} du, \quad (50)$$

где

$$u_1 = -\sqrt{\frac{2k_2}{\pi}} + \frac{\eta}{\sqrt{2\pi k_2}}, \quad (51)$$

$$u_2 = \sqrt{\frac{2k_2}{\pi}} + \frac{\eta}{\sqrt{2\pi k_2}}.$$

Легко заметить, что

$$\int_{u_1}^{u_2} e^{i\frac{\pi}{2}u^2} du = \int_0^{u_2} e^{i\frac{\pi}{2}u^2} du - \int_0^{u_1} e^{i\frac{\pi}{2}u^2} du, \quad (52)$$

а

$$\int_0^u e^{i\frac{\pi}{2}u^2} du = C(u) + i S(u),$$

где $C(u) = \int_0^u \cos\left(\frac{\pi}{2}u^2\right) du$ и $S(u) = \int_0^u \sin\left(\frac{\pi}{2}u^2\right) du$ – так называемые интегралы Френеля.

Выражая комплексный множитель системы через интегралы Френеля, получим

$$\dot{f}_c(\eta) = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2k_2}} e^{-i\frac{\eta^2}{4k_2}} \{[C(u_2) - C(u_1)] + i[S(u_2) - S(u_1)]\}. \quad (53)$$

Множитель системы – комплексная функция, поэтому антенна не имеет фазового центра, т. е. излучаемая ею волна не является сферической. Кроме того, нули действительной и мнимой частей множителя системы не совпадают, поэтому направления нулевых излучений в диаграмме направленности отсутствуют. Эти свойства комплексного множителя легко проследить с помощью спирали Корню [1;2].

Детальное исследование комплексного множителя системы (53) можно провести с помощью интегралов Френеля. Подобное исследование отличается громоздкостью и недостаточной точностью. Современная вычислительная техника позволяет выполнить расчеты диаграмм направленности антенн с квадратичными фазовыми изменениями не с использованием интегралов Френеля, а путем численного интегрирования. По формуле (47) рассчитывались направленные характеристики антенны с различными фазовыми ошибками, т. е. с различными значениями величины φ_m (рис.12). Диаграммы направленности при постоянном амплитудном распределении в антенне приведены на рис. 13.

Приведем основные результаты численного исследования ДН антенн с постоянным амплитудным и квадратичным фазовым распределениями, имеющими практическое значение:

1) Если максимальное искажение фазы (т. е. отклонение от синфазности на краю системы $\varphi_m = k_2$) не превосходит $\frac{\pi}{8}$, что соответствует разности хода $\frac{\lambda}{16}$, то диаграмма направленности практически не искажается по сравнению с диаграммой направленности синфазной системы.

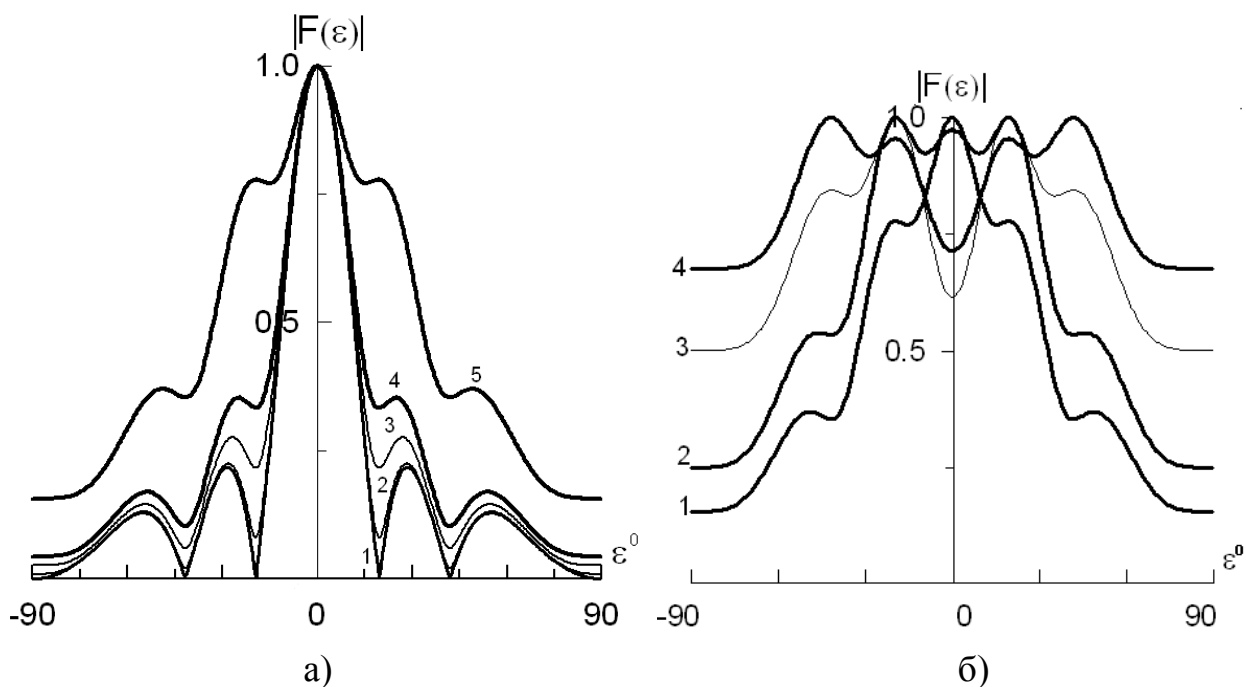


Рис. 13. Диаграмма направленности при различных фазовых ошибках а) 1 – $\varphi_m = 0$; 2 – $\varphi_m = \pi/8$; 3 – $\varphi_m = \pi/3$; 4 – $\varphi_m = \pi/2$; 5 – $\varphi_m = 0.8\pi$; б) 1 – $\varphi_m = 0.8\pi$; 2 – $\varphi_m = 1.25\pi$; 3 – $\varphi_m = 1.75\pi$; 4 – $\varphi_m = 2\pi$.

2) При отклонении фазы на краю системы, не превосходящем $\frac{\pi}{3}$ (разность хода $\frac{\lambda}{6}$), ширина главного лепестка диаграммы направленности по поло-

вине мощности сохраняется, но амплитуды боковых лепестков несколько возрастают, исчезают направления нулевых излучений, первые боковые лепестки сливаются с главным.

3) Если фазовые искажения достигают величин порядка 1.75π , то главный лепесток имеет провал и почти вдвое большую ширину, а боковые лепестки практически исчезают.

Исходя из этих выводов, обосновывают допустимые искажения фазы при изготовлении антенн, принимая в качестве допустимых величин $\frac{\pi}{8}$ или $\frac{\pi}{3}$, в зависимости от требований к диаграмме направленности.

Случай 3. Амплитудное распределение спадает на краях антенны по закону $A(z) = \cos \frac{\pi}{a} z$ или $A(\zeta) = \cos \frac{\pi}{2} \zeta$ (так как $z = \frac{a}{2} \zeta$), а фазовое – $\varphi = k_2 \zeta^2$.

На рис. 14 приведена серия диаграмм направленностей, рассчитанных для этого случая. Сопоставление кривых рис. 13 и 14 при одних и тех же значениях фазовых ошибок показывает, что при косинусоидальном распределении амплитуды тока в раскрыве антенны изменение диаграммы направленности, вызываемое фазовыми искажениями, значительно меньше, чем при равномерном распределении амплитуды тока в апертуре антенны.

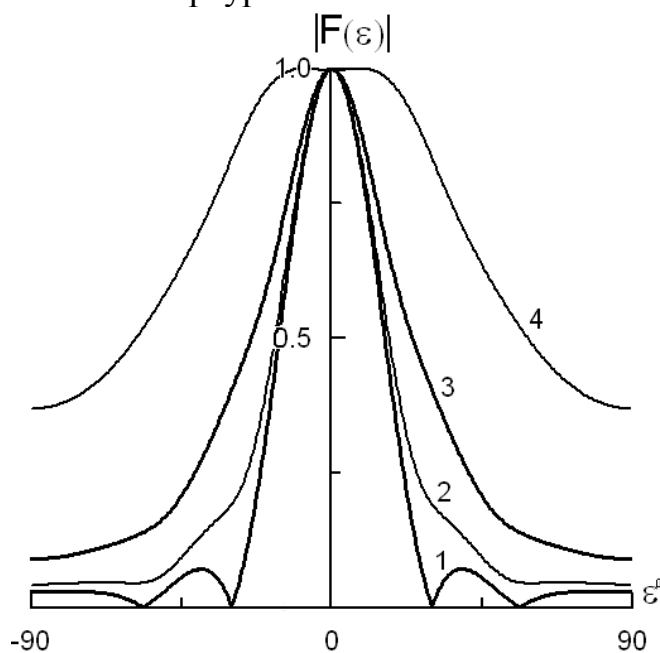
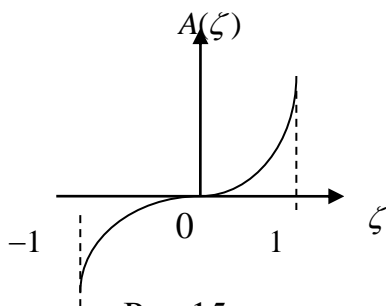


Рис. 14. Диаграмма направленности линейной антенны при спадающем амплитудном распределении и различных квадратичных фазовых ошибках:

1 – $\varphi_m = 0$; 2 – $\varphi_m = \pi/2$; 3 – $\varphi_m = \pi$; 4 – $\varphi_m = 2\pi$.



Случай 4. Фаза изменяется вдоль системы по кубическому закону (рис. 15), амплитудное распределение постоянное.

$$A(\zeta) \equiv 1 \text{ и } \varphi(\zeta) = k_3 \zeta^3. \quad (54)$$

Комплексный множитель системы

$$\dot{f}_c(\eta) = \int_{-1}^1 e^{ik_3\zeta^3} e^{i\eta\zeta} d\zeta \quad (55)$$

можно найти, разложив в ряд множитель

$$e^{ik_3\zeta^3} = 1 + ik_3\zeta^3 - \frac{1}{2!}(k_3\zeta^3)^2 - \dots \quad (56)$$

При малых фазовых искажениях достаточно ограничиться первыми двумя членами ряда. Тогда:

$$\begin{aligned} \dot{f}_c(\eta) &\approx \frac{a}{2} \int_{-1}^1 (1 + ik_3\zeta^3) e^{i\eta\zeta} d\zeta = a \frac{\sin \eta}{\eta} - \frac{ak_3}{2} \int_{-1}^1 \frac{\partial^3}{\partial \eta^3} (e^{i\eta\zeta}) d\zeta = \\ &= a \left[\frac{\sin \eta}{\eta} - k_3 \frac{\partial^3}{\partial \eta^3} \left(\frac{\sin \eta}{\eta} \right) \right]. \end{aligned} \quad (57)$$

Аналогичным образом можно учесть члены разложения высших степеней, причем множитель системы остается вещественной функцией, т. е. система имеет фазовый центр.

Производя численные исследования подобных антенн, можно показать, что наличие кубических фазовых искажений приводит к повороту главного лепестка и асимметрии всей диаграммы направленности. Боковые лепестки, расположенные с той стороны, в которую сместился главный максимум, увеличиваются, а с противоположной – уменьшаются (рис. 16).

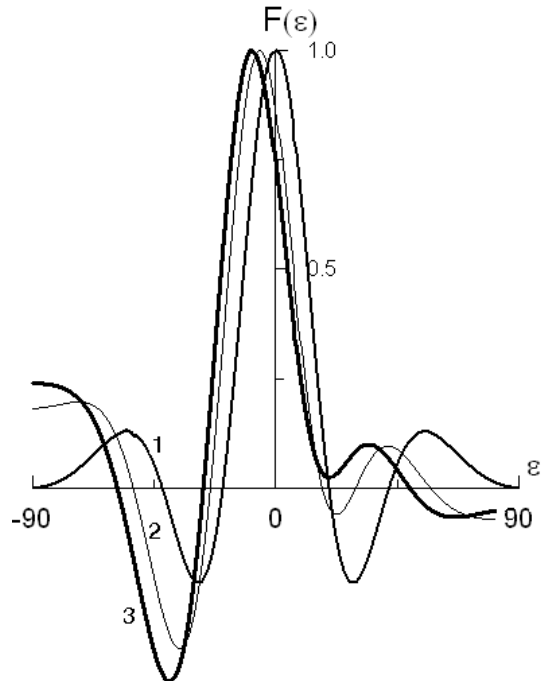


Рис. 16. Диаграмма направленности линейной системы с постоянным амплитудным и различными кубическими фазовыми распределениями:

$$1 - \varphi_m = 0, 2 - \varphi_m = \pi/2, 3 - \varphi_m = \frac{3}{4}\pi.$$

Искажения диаграммы направленности не выходят за допустимые пределы, если фазы на краях системы не превосходят следующей величины

$$\varphi_m = k_3 \leq \frac{\pi}{3}.$$

Кубические фазовые искажения возникают в зеркальных и линзовых антеннах при сильном смещении облучателя из фокуса в фокальной плоскости.

6.3.3. Система с бегущей волной

Рассмотрим линейную систему элементарных излучателей, возбуждаемых бегущей волной, которая движется вдоль оси антенны в направлении оси z . Примерами такой системы могут служить провод или диэлектрический стержень с распространяющейся вдоль них волной.

Комплексная амплитуда тока в сечении z провода равна

$$\dot{I}(z) = I_0 e^{-\alpha z} e^{-ik_c z} = I_0 e^{-\frac{\alpha a}{2} \zeta} e^{-i \zeta \frac{ka}{2} \zeta}, \quad (58)$$

где α – коэффициент затухания;

k_c – постоянная сдвига фазы в системе, причем $k_c = \frac{2\pi}{\Lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{\Lambda} = \xi k$;

Λ – длина волны в системе;

$\xi = \lambda/\Lambda$ – коэффициент замедления;

I_0 – амплитуда тока в середине системы (в начале координат).

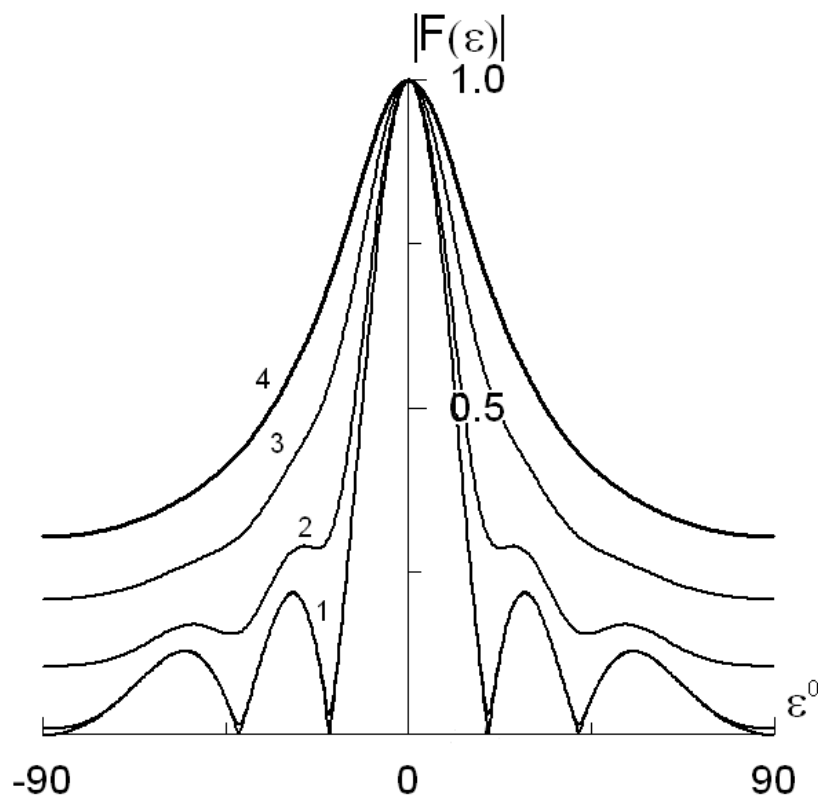


Рис. 17 Диаграмма направленности антенны бегущей волны при разных значениях коэффициента затухания: 1– $\alpha=0$; 2– $\alpha=1$; 3– $\alpha=2$; 4– $\alpha=3$

Амплитудное и фазовое распределения равны

$$A(\zeta) = e^{-\frac{\alpha a}{2}\zeta}; \quad \varphi(\zeta) = \frac{1}{2}\xi k a \zeta. \quad (59)$$

Множитель системы

$$f_c(\eta) = \frac{a}{2} \int_{-1}^1 e^{\left[i \left(\eta - \frac{\xi k a}{2} \right) - \frac{\alpha a}{2} \right] \zeta} d\zeta = a \frac{\operatorname{sh} \left[i \left(\eta - \frac{\xi k a}{2} \right) - \frac{\alpha a}{2} \right]}{i \left(\eta - \frac{\xi k a}{2} \right) - \frac{\alpha a}{2}} \quad (60)$$

является комплексной функцией, следовательно, система не имеет фазового центра. Направления нулевых излучений отсутствуют. ДН для случаев разных α , представлена на рис. 17.

Если можно пренебречь затуханием волны вдоль системы, т. е. полагать $\frac{\alpha a}{2} \approx 0$, то выражение для множителя системы существенно упрощается:

$$f_c(\eta) \approx a \frac{\operatorname{shi} \left(\eta - \frac{\xi k a}{2} \right)}{i \left(\eta - \frac{\xi k a}{2} \right)} = a \frac{\sin \left(\eta - \frac{\xi k a}{2} \right)}{\eta - \frac{\xi k a}{2}} = a \frac{\sin u}{u} \quad (61)$$

и становится вещественной функцией. Таким образом, в отсутствие затухания система излучает сферическую волну, фазовый центр которой находится в середине системы.

Если скорость распространения волны вдоль системы равна скорости распространения в свободном пространстве, т. е. $\xi = \frac{\lambda}{\Delta} = 1$, то направление главного максимума диаграммы направленности согласно выражению (61) определяется из условия

$$u = \eta - \frac{\xi k a}{2} = \frac{\pi a}{\lambda} (\cos \vartheta_{\text{гл}} - \xi) = \frac{\pi a}{\lambda} (\cos \vartheta_{\text{гл}} - 1) = 0. \quad (62)$$

Отсюда находим $\vartheta_{\text{гл}} = 0$, т.е. главный максимум диаграммы направленности ориентирован вдоль линии расположения системы в сторону распространения волны.

Легко заметить, что переменная u меньше или равна нулю и

$$u = \frac{\pi a}{\lambda} (\cos \vartheta - 1) \leq 0,$$

следовательно, нормированная диаграмма направленности системы

$$F_c(\vartheta) = \frac{\sin \left[\frac{\pi a}{\lambda} (\cos \vartheta - 1) \right]}{\frac{\pi a}{\lambda} (\cos \vartheta - 1)} = \frac{\sin u}{u} \quad (63)$$

характеризуется частью кривой $\frac{\sin u}{u}$, лежащей в области $u \leq 0$.

Ширина главного лепестка диаграммы направленности по половине мощности определяется из условия

$$\frac{\sin \frac{\pi a}{\lambda} (\cos \vartheta - 1)}{\frac{\pi a}{\lambda} (\cos \vartheta - 1)} = 0.707,$$

откуда, в случае узких лучей, разлагая в ряд $\cos \vartheta$, получим $(\cos \vartheta_{-1}) = \pm \frac{\lambda}{a} 0,443\lambda$ или

$$2 \vartheta_{0,5}^{\circ} \approx 108 \sqrt{\frac{\lambda}{a}}. \quad (64)$$

Ширина главного лепестка диаграммы направленности системы осевого излучения пропорциональна квадратному корню из отношения $\frac{\lambda}{a}$, а в системах с поперечным излучением – первой степени этого же отношения. Следовательно, системы с поперечным излучением формируют при одинаковых (в длинах волн) размерах более узкий главный лепесток. Однако системы осевого излучения формируют узкий лепесток одновременно в двух плоскостях, что является их большим достоинством.

Если скорость распространения волны вдоль системы меньше скорости в свободном пространстве, т. е. $\xi > 1$ (на небольшую величину), то множитель системы достигает максимального значения также при $\vartheta = 0$, причем

$$f_{cm} = a \frac{\sin \left[\frac{\pi a}{\lambda} (1 - \xi) \right]}{\frac{\pi a}{\lambda} (1 - \xi)} = aN.$$

Нормированная диаграмма направленности системы равна

$$F_c(\vartheta) = \frac{f_c}{f_{cm}} = \frac{1}{N} \frac{\sin \left[\frac{\pi a}{\lambda} (\cos \vartheta - \xi) \right]}{\frac{\pi a}{\lambda} (\cos \vartheta - \xi)} = \frac{u_m}{\sin u_m} \frac{\sin u}{u} \quad (65)$$

определяется частью кривой $\frac{\sin u}{u}$, лежащей в области отрицательных значений аргумента

$$u = \frac{\pi a}{\lambda} (\cos \vartheta - \xi) \leq u_m,$$

где

$$u_m = \frac{\pi a}{\lambda} (1 - \xi) < 0. \quad (66)$$

При возрастании коэффициента укорочения волны ξ (т. е. увеличении модуля u_m) ширина главного лепестка диаграммы направленности уменьшается, что способствует увеличению коэффициента направленного действия. Од-

новременно с этим уменьшается и сам максимум главного лепестка, относительный уровень боковых лепестков возрастает, что уменьшает коэффициент направленного действия. Следовательно, должно существовать некоторое оптимальное значение коэффициента волны ξ_{opt} , при котором КНД должен быть максимальным.

Подставляя выражение для диаграммы направленности (65) в формулу для определения КНД (36), находим

$$\frac{1}{D_m} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{u_m}{\sin u_m} \right)^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \sin \vartheta \, d\vartheta d\varphi.$$

Интегрируя по φ и вводя новую переменную интегрирования

$$u = \frac{\pi a}{\lambda} (\cos \vartheta - \xi), \quad du = -\frac{\pi a}{\lambda} \sin \vartheta \, d\vartheta,$$

получаем

$$\begin{aligned} \frac{1}{D_m} &= \frac{1}{2} \left(\frac{u_m}{\sin u_m} \right)^2 \int_{u_m}^{u_1} \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \frac{\lambda}{\pi a} d(-u) = \frac{\lambda}{2\pi a} \left(\frac{u_m}{\sin u_m} \right)^2 \int_{u_m}^{u_1} \sin^2 u \, d\left(\frac{1}{u}\right) = \\ &= \frac{1}{ka} \left(\frac{u_m}{\sin u_m} \right)^2 \left[\frac{\sin^2 u_1}{u_1} - \frac{\sin^2 u_m}{u_m} - (Si \, 2u_1 - Si \, 2u_m) \right], \end{aligned} \quad (67)$$

где

$$\begin{aligned} u_m &= \frac{1}{2} ka(1 - \xi); \\ u_1 &= -\frac{1}{2} ka(1 + \xi). \end{aligned}$$

Если система имеет большую относительную длину, а коэффициент укорочения волны мало отличается от единицы, то $\sin^2 u_1/u_1 \approx 0$, $Si \, 2u_1 \approx -\pi/2$; следовательно,

$$\frac{1}{D_m} = \frac{\lambda}{2\pi a} \left[\left(\frac{u_m}{\sin u_m} \right)^2 \left(\frac{\pi}{2} + Si \, 2u_m \right) - u_m \right]. \quad (68)$$

Отсюда видно, что коэффициент направленного действия системы является функцией величины

$$u_m = \frac{\pi a}{\lambda} (1 - \xi).$$

При изменении u_m в пределах $-\pi < u_m < 0$ функция $\left(\frac{u_m}{\sin u_m} \right)^2$ изменяется мо-

нотонно, а $Si \, 2u_m$ имеет минимум при $u_m = -\frac{\pi}{2}$. Детальное исследование показывает, что функция (68) достигает минимума (а КНД максимален) при

$$u_m = \frac{\pi a}{\lambda} (1 - \xi) \approx -\pi/2, \quad (69)$$

откуда оптимальный коэффициент укорочения волны равен

$$\xi_{onm} = 1 + \frac{\lambda}{2a}. \quad (70)$$

Как видно из (69), максимальный КНД достигается при условии, когда на длине системы набег фазы волны, распространяющейся в системе, на 180° превосходит набег фазы в свободном пространстве.

Коэффициент направленного действия в отсутствии укорочения волны легко найти из (68), подставляя $\xi = 1$:

$$D_{m0} \approx 4 \frac{a}{\lambda}. \quad (71)$$

Расчеты по формуле (67) показали, что:

1) оптимальное значение разности набега фаз практически не зависит от длины системы;

2) оптимальное значение КНД в 1,8–2 раза превосходит его значение в отсутствии укорочения волны и составляет

$$D_{monm} \approx 8 \frac{a}{\lambda}; \quad (72)$$

3) при положительных значениях разности набега фаз, т. е. в ускоряющих системах ($\xi < 1$), КНД быстро падает, поэтому применение таких систем не рационально.

Сравнивая (38) с (71) и (72), замечаем, что КНД системы осевого излучения примерно в 2 ÷ 4 раза превосходит коэффициент направленного действия системы поперечного излучения при одинаковой электрической длине систем.

7. ПЛОСКАЯ СИСТЕМА ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

Пусть на участке плоскости xOy (рис. 5) с площадью S , например, в раскрыве рупорной, зеркальной или линзовой антенн задано распределение электрического поля, векторы которого во всех точках раскрыва параллельны, например, оси x , причем фронт волны, т. е. поверхность равных фаз этого поля, мало отличается от плоскости. При этом условии раскрыв антенны представляет собой систему одинаково ориентированных излучателей Гюйгенса.

Поле, возбуждаемое этой системой в дальней зоне, определяется формулой:

$$\vec{E} = \int_S dE = \left(-\vec{g}^0 \cos \varphi + \varphi^0 \sin \varphi \right) (1 + \cos \vartheta) \cdot \frac{ikE_{s0} e^{i\Phi_0}}{4\pi} \Psi(r) \times \quad (73)$$

$$\times \int_S A(x, y) e^{i\varphi(x, y)} e^{ikr' \cos \alpha} ds, \quad \Psi(r) = e^{-ikr}/r,$$

где E_{s0} и Φ_0 – амплитуда и начальная фаза поля в начале координат.

Рассмотрим комплексный множитель системы с заменой r' на r_s

$$f_c(\vartheta, \varphi) = \int_S A(x, y) e^{i\varphi(x, y)} e^{ikr_s \cos \vartheta} ds \quad (73a)$$

в широко встречающемся на практике случае прямоугольного раскрыва.

7.1. Диаграмма направленности прямоугольного раскрыва

Поместим начало координат в середину раскрыва, а оси x и y направим параллельно его сторонам. Предположим, что амплитудное и фазовое распределения – разделяющиеся. Это означает, что амплитудное распределение можно представить в виде произведения, а фазовое – в виде суммы двух функций, каждая из которых зависит только от одной переменной, т. е.:

$$A(x, y) = A_1(x) \cdot A_2(y),$$

$$\varphi(x, y) = \varphi_1(x) + \varphi_2(y). \quad (74)$$

Выразим $\cos \alpha$ в выражении (73) через координаты точки в раскрыве r_s и точки наблюдения:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \vec{r}_s^0 \vec{r}^0 = (\vec{x}^0 \frac{x_s}{r_s} + \vec{y}^0 \frac{y_s}{r_s})(\vec{x}^0 \sin \vartheta \cos \varphi + \vec{y}^0 \sin \vartheta \sin \varphi + \vec{z}^0 \cos \vartheta) = \\ &= \frac{1}{r_s}(x_s \sin \vartheta \cos \varphi + y_s \sin \vartheta \sin \varphi) \end{aligned} \quad (75)$$

(здесь сделана замена величины на рис. 5 r' на r_s).

Подставляя (74) и (75) в (73) и опуская индекс s , получим комплексный множитель прямоугольного раскрыва в виде

$$\dot{f}_c(\vartheta, \varphi) = \int_{-a/2}^{a/2} A_1(x) e^{i\varphi_1(x)} e^{ikx \sin \vartheta \cos \varphi} dx \times \int_{-b/2}^{b/2} A_2(y) e^{i\varphi_2(y)} e^{iky \sin \vartheta \sin \varphi} dy,$$

где a и b – размеры излучающего раскрыва по осям x и y соответственно.

Вводя обобщенные координаты с помощью соотношений

$$\begin{aligned} x &= \frac{a}{2} \zeta_1; & \frac{1}{2} ka \sin \vartheta \cos \varphi &= \eta_1; \\ y &= \frac{b}{2} \zeta_2; & \frac{1}{2} kb \sin \vartheta \sin \varphi &= \eta_2, \end{aligned}$$

запишем множитель системы в обобщенной форме:

$$\dot{f}_c(\eta_1, \eta_2) = \frac{ab}{4} \int_{-1}^1 A_1(\zeta_1) e^{i\varphi_1(\zeta_1)} e^{i\eta_1 \zeta_1} d\zeta_1 \int_{-1}^1 A_2(\zeta_2) e^{i\varphi_2(\zeta_2)} e^{i\eta_2 \zeta_2} d\zeta_2. \quad (76)$$

Легко заметить, что при $\varphi = 0$ множитель системы зависит только от амплитудно-фазового распределения поля вдоль оси x , а при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ – от распределения вдоль оси y . Следовательно, при разделяющемся амплитудно-фазовом распределении в прямоугольном раскрыве диаграммы направленности в плоскостях наблюдения xOz и yOz определяются только амплитудно-фазовыми распределениями в тех же плоскостях и не зависят от распределений в перпендикулярной плоскости.

Например, комплексный множитель в плоскости yOz ($\varphi = 90^\circ$) определяется выражением

$$\dot{f}_c(\eta_2) = \frac{ab}{2} \int_{-1}^1 A_2(\zeta_2) e^{i\varphi_2(\zeta_2)} e^{in_2\zeta_2} d\zeta_2. \quad (77)$$

Таким образом, комплексный множитель прямоугольного раскрыва в рассматриваемом случае сводится к комплексному множителю линейной системы излучателей. Зависимость последнего от амплитудно-фазового распределения была уже рассмотрена ранее. Полученные выводы о влиянии амплитудного и фазового распределений на ширину, угол поворота, форму главного лепестка и уровень боковых лепестков диаграммы направленности полностью сохраняются.

7.2. Коэффициент направленного действия плоской системы излучателей

Если известна диаграмма направленности плоского раскрыва антенны, то КНД можно вычислить по формуле (36). Однако КНД можно найти также по известному амплитудно-фазовому распределению поля в раскрыве.

По определению КНД равен:

$$D_m = \frac{4\pi P_{\Sigma 1m}}{P_{\Sigma}}, \quad (78)$$

Здесь P_{Σ} – суммарная мощность излучения антенны.

$$P_{\Sigma 1m} = \Delta P_m / \Delta \Omega, \quad (79)$$

где $P_{\Sigma 1m}$ – мощность, излучаемая в единицу телесного угла в направлении главного максимума диаграммы направленности. ΔP_m – поток мощности через площадку $\Delta S = r^2 \Delta \Omega$, на которую опирается телесный угол на расстоянии r от центра антенны. Величину ΔP_m выразим через плотность потока мощности (значение вектора Пойтинга $S_m(r)$ в этом направлении): $\Delta P_m = S_m(r) \Delta S = S_m(r) r^2 \Delta \Omega$.

Тогда $P_{\Sigma 1m}$ (79) с учетом того, что $S_m(r) = \frac{E_m^2(r)}{120\pi}$, принимает вид:

$$P_{\Sigma 1m} = r^2 = \frac{E_m^2(r)}{120\pi}, \quad (80)$$

а КНД равен

$$D_m = \frac{R^2 E_m^2(R)}{30 P_{\Sigma}}. \quad (81)$$

Эта формула часто используется для определения КНД антенн с.в.ч.

Фронт волны в раскрыве антенны в общем случае не является плоским. Он может представлять собой цилиндрическую, сферическую поверхность или поверхность двойной кривизны. Поэтому излучатели Гюйгенса, расположенные на поверхности фронта волны, ориентированы неодинаково.

Чтобы упростить вычисление поля в главном максимуме излучения антенны, ограничимся случаем, когда в пределах раскрыва отличие поверхности

фронта волны от плоской невелико и электрический вектор во всех точках раскрыва направлен одинаково, т. е. при вычислении амплитуд полей каждого излучателя можно предполагать, что они ориентированы одинаково. Это допущение не приведет к большим ошибкам, так как диаграмма направленности излучателя Гюйгенса $F_0(\vartheta) = \frac{1}{2}(1 + \cos \vartheta)$ имеет весьма «тупой» максимум. Действительно, пренебрегая отклонением нормали к фронту волны на краю раскрыва на угол $\Delta \vartheta$ от рассматриваемого направления, допускаем погрешность в вычислении амплитуды поля

$$\frac{\Delta E}{E} = F_0(0) - F_0(\Delta \vartheta) \approx \frac{\Delta \vartheta^2}{4}.$$

Например, при $\Delta \vartheta = \frac{2\pi}{10}$ погрешность не превосходит 10 %.

При указанном выше допущении можно считать, что направления максимумов диаграмм направленности излучателей Гюйгенса совпадают в пределах всего раскрыва с направлением главного максимума диаграммы направленности антенны. При постоянном, а также симметричном относительно середины раскрыва фазовом распределении главный максимум перпендикулярен раскрыву. Следовательно, $\vartheta_m = 0$ и квадрат амплитуды электрического вектора поля в главном максимуме излучения в соответствии с (73) равен

$$E_m^2(\vartheta_m, \varphi_m, R) = \left(\frac{E_{s0}}{\lambda R} \right)^2 \left| \int_s A(x, y) e^{i\varphi(x, y)} ds \right|^2. \quad (82)$$

Мощность излучения найдем интегрированием вектора Пойнтинга по поверхности раскрыва:

$$P_\Sigma = \int_s \vec{S}(x, y) d\vec{s} = \frac{E_{s0}^2}{120\pi} \int_s \vec{S}^0 \vec{n}^0 A^2(x, y) ds \approx \frac{E_{s0}^2}{120\pi} \int_s A^2(x, y) ds, \quad (83)$$

где $\vec{S}^0(x, y)$ и \vec{n}^0 – единичные векторы нормали к фронту волны и плоскости раскрыва.

Подставим (82) и (83) в (81), находим КНД раскрыва

$$D_m = \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\left| \int_s A(x, y) e^{i\varphi(x, y)} ds \right|^2}{\int_s A^2(x, y) ds}. \quad (84)$$

Введем действующую площадь раскрыва A_m равную

$$A_m = \frac{\left| \int_s A(x, y) e^{i\varphi(x, y)} ds \right|^2}{\int_s A^2(x, y) ds}. \quad (85)$$

Отношение действующей площади к геометрической площади раскрыва называют *коэффициентом использования площади* (кип) раскрыва

$$\nu = \frac{A_m}{s} = \frac{\left| \int_s A(x, y) e^{i\varphi(x, y)} ds \right|^2}{s \int_s A^2(x, y) ds}. \quad (86)$$

Таким образом, КНД можно представить в виде

$$D_m = \nu \frac{4\pi}{\lambda^2} s. \quad (87)$$

По определению коэффициент усиления антенны равен произведению η КНД ДН на коэффициент полезного действия η_A антенны, т. е. получаем

$$G_m = \eta_A D_m = \eta_A \nu \frac{4\pi}{\lambda^2} s. \quad (88)$$

Подчеркнем, что формулы (87), (86), (85) являются строгими для синфазного раскрыва (при $\varphi(x, y) \equiv 0$) и приближенными при малых симметричных относительно середины раскрыва фазовых искажениях.

Рассмотрим раскрыв с постоянными амплитудным и фазовым распределениями. Этот случай соответствует нормальному падению на раскрыв однородной плоской волны, т. е.

$$A(x, y) \equiv 1, \quad \varphi(x, y) \equiv 0.$$

Подставляя эти данные в (85), находим

$$A_m = s; \quad \nu = \frac{A_m}{s} = 1,$$

т.е. действующая площадь синфазного раскрыва с постоянным амплитудным распределением равна его геометрической площади.

ДН с постоянным прямоугольный раскрыв амплитудным и линейным фазовым распределением. Предположим, что в раскрыве прямоугольной формы амплитудное распределение $A(x, y) \equiv 1$, а изменение фазы происходит только вдоль оси y , т.е.

$$\varphi(x, y) = \varphi(y) = \varphi(\zeta_2) = k_1 \zeta_2, \quad (89)$$

где $y = \frac{1}{2} b \zeta_2$.

Этот случай соответствует падению на раскрыв плоской волны под углом $\vartheta_{нов}$.

Максимум главного лепестка поворачивается только в плоскости yOz , причем в том же направлении и на тот же угол, что и фронт волны. Следовательно, направление главного максимума определяется углами

$$\vartheta_m = \vartheta_{нов}; \quad \varphi_m = 270^\circ.$$

Синус угла отклонения максимума главного лепестка диаграммы направленности от нормали к раскрыву равен отклонению фронта волны Δl на краю раскрыва, деленному на половину ширины раскрыва вдоль оси y , т.е.

$$\sin \vartheta_{\text{нов}} = \frac{\Delta l}{b/2} = \frac{2}{b} \frac{k_1}{k}. \quad (90)$$

Этот случай сводится к предыдущему, если интегрирование производить не по раскрытию, а по поверхности фронта волны в раскрытии $S' = ab \cos \vartheta_m$. Подставляя в (82) и (83) $A(x, y') \equiv 1$ и $\varphi(x, y') \equiv 0$, где y' - координата, отсчитываемая вдоль фронта волны, находим

$$A_m = s \cos \vartheta_m; \quad \nu = \cos \vartheta_m < 1. \quad (91)$$

Следовательно, при линейном фазовом распределении действующая площадь раскрытия меньше его геометрической площади и пропорциональна косинусу угла отклонения главного максимума диаграммы направленности от нормали к раскрытию.

Прямоугольный раскрыт с постоянным амплитудным и квадратичным фазовым распределением. Предположим, что на раскрыт падает цилиндрическая волна. Тогда амплитудное и фазовое распределения поля в раскрытии можно записать в виде

$$A(x, y) \equiv 1; \\ \varphi(x, y) = \varphi(y) = \varphi(\zeta_2) = -k_2 \zeta_2^2, \quad (92)$$

где принято, что образующая круглой цилиндрической поверхности параллельна оси x .

При квадратичных фазовых искажениях меньших π на краю раскрытия главный максимум диаграммы направленности перпендикулярен раскрытию, т. е. $\vartheta_m = 0$. Используя (89), находим

$$\begin{aligned} \left| \int_s A(x, y) e^{i\varphi(x, y)} ds \right|^2 &= \left(\frac{ab}{2} \right)^2 \left| \int_{-1}^1 e^{-ik_2 \zeta_2^2} d\zeta_2 \right|^2 = \\ &= (ab)^2 \left| \int_0^1 e^{-ik_2 \zeta_2^2} d\zeta_2 \right|^2 = \frac{\pi(ab)^2}{2k_2} \left| \int_0^\pi e^{-i\frac{\pi}{2} v^2} dv \right|^2 = \\ &= \frac{\pi(ab)^2}{2k_2} \left[C^2 \left(\sqrt{\frac{2k_2}{\pi}} \right) - S^2 \left(\sqrt{\frac{2k_2}{\pi}} \right) \right], \end{aligned} \quad (93)$$

где с помощью подстановки $\zeta_2 = \sqrt{\frac{\pi}{2k_2}} v$ интеграл выражен через интегралы Френеля. Подставляя (90) в (83), получим коэффициент использования площади раскрытия

$$\nu = \frac{\pi}{2k_2} \left[C^2 \left(\sqrt{\frac{2k_2}{\pi}} \right) + S^2 \left(\sqrt{\frac{2k_2}{\pi}} \right) \right]. \quad (94)$$

Прямоугольный раскрыв с постоянным фазовым и спадающим к краям амплитудным распределением. Предположим, что амплитудное распределение в раскрыве спадает к краям вдоль оси y , по закону косинуса

$$A(x, y) = A(y) = A(\zeta_2) = \cos \frac{\pi}{2} \zeta_2. \quad (95)$$

Тогда коэффициент использования площади

$$\nu = \frac{\left| \int_{-1}^1 \cos \frac{\pi}{2} \zeta_2 d\zeta_2 \right|^2}{\int_{-1}^1 \cos^2 \frac{\pi}{2} \zeta_2 d\zeta_2} = \frac{8}{\pi^2} \approx 0.81, \quad (96)$$

т. е. действующая площадь и КНД почти на 20% меньше, чем у синфазного раскрыва.

Легко заметить, что при постоянном амплитудном распределении результаты, полученные для синфазного раскрыва и раскрыва с линейным фазовым распределением, верны для раскрыва любой формы, в том числе и для круглого.

8. СКАНИРУЮЩИЕ АНТЕННЫЕ РЕШЕТКИ

Одной из актуальных задач антенной техники является создание антенн с управляемыми диаграммами направленности. При этом в большинстве практических случаев необходимо, чтобы острая направленность антенны сочеталась с высокой скоростью перемещения антенного луча в пространстве, движением его по любой заданной программе, обзором весьма широкого сектора пространства, автоматическим управлением и т. д. Перечисленным требованиям при современном уровне развития антенной техники наилучшим образом удовлетворяют многоэлементные решетки излучателей с электрически управляемыми диаграммами направленности.

Антенная решетка – система, состоящая из более чем одного элемента с когерентным излучением. Антенные решетки бывают линейные, плоские и объемные.

Большинство плоских и линейных фазированных антенных решеток (ФАР) состоит из идентичных излучателей, расположенных на равных расстояниях относительно друг друга.

Элементарная математическая модель АР – это модель, в которой не учитывается взаимное влияние между элементами решетки.

Поле, создаваемое произвольной решеткой, равно векторной сумме полей N отдельных излучателей:

$$\vec{E} = \sum_{n=1}^N \vec{E}_n = -\frac{i\omega\mu}{4\pi} \sum_n \frac{e^{-ikR_n}}{R_n} \vec{F}_{1n}, \quad (97)$$

R_n – расстояние от координаты n -го излучателя до точки наблюдения; \vec{F}_{1n} – вектор, характеризующий диаграмму направленности n -го излучателя.

Предполагаем, что выполняется условие дальней зоны:

$$R_n = r - r_n \cos \alpha_n, \quad (98)$$

где α_n – угол между \vec{r}_n и \vec{r}^0 .

Тогда поле системы излучателей запишем в виде

$$\vec{E}_r = -\frac{i\omega\mu}{4\pi} \frac{e^{-ikr}}{r} \sum_{n=1}^N \vec{F}_{1n} e^{ikr_n \cos \alpha_n}. \quad (99)$$

С другой стороны, поле решетки, как и любой системы токов, определяется выражением

$$\vec{E} = -\frac{i\omega\mu}{4\pi} \frac{e^{-ikr}}{r} \vec{F}. \quad (100)$$

Сравнивая (99) и (100), получаем выражение для ДН

$$F = \sum_{n=1}^N F_{1n} e^{ikr_n \cos \alpha_n} \quad (101)$$

Выражение (101) справедливо для любой системы произвольно ориентированных излучателей. Если излучатели антенной решетки удовлетворяют условию $F_{1n} = \dot{A}_n F_0$, где \dot{A}_n – комплексные коэффициенты, характеризующие амплитуду возбуждения отдельных излучателей, F_0 – диаграмма направленности отдельного элемента, тогда ДН системы излучателей можно представить в виде

$$F = F_0 \sum_{n=1}^N \dot{A}_n e^{ikr_n \cos \alpha_n}. \quad (102)$$

При расположении излучателей на плоскости xOy в узлах плоской координатной сетки с двойной периодичностью (по x и по y) получаем

$$\begin{aligned} \cos \alpha_n = (\vec{r}_n^0 \vec{r}^0) &= (\vec{x}^0 \frac{x_n}{r_n} + \vec{y}^0 \frac{y_n}{r_n}) \cdot (\vec{x}^0 \cos \vartheta \sin \vartheta + \vec{y}^0 \sin \vartheta \sin \varphi + \vec{z}^0 \cos \vartheta) = \\ &= \frac{x_n}{r_n} \sin \vartheta \cos \varphi + \frac{y_n}{r_n} \sin \vartheta \sin \varphi, \end{aligned} \quad (103)$$

где ϑ , φ – углы сферической системы координат, r_n – расстояние n -го излучателя до выбранного начала координат.

Подставляя (103) в (102), получаем диаграмму направленности плоской антенной решетки в виде:

$$F = F_0 \sum_{n=1}^N \dot{A}_n \exp[ik(x_n \sin \vartheta \cos \varphi + y_n \sin \vartheta \sin \varphi)]. \quad (104)$$

Формула (104) связывает поле в дальней зоне и тангенциальное поле в раскрыте антенны – A_n . Основным допущением в упрощенной элементарной теории АР является предположение о том, что взаимным влиянием можно пренебречь, т. е. при возбуждении в решетке только одного элемента излучаемое поле определяется апертурой этого элемента. Вклад полей других элементов, возбужденных вследствие взаимного влияния, не учитывается.

Рассмотрим основные особенности ДН сканирующей линейной антенны с постоянным амплитудным и линейным фазовым распределениями. *Линейная антенна* – это система одинаковых излучателей, расположенных на прямой линии так, что их оси параллельны между собой. В этом случае ДН определяется в виде

$$F = F_0 \sum_{n=1}^N \dot{A}_n \exp(ikx_n \sin \vartheta), \quad (105)$$

$$\dot{A}_n = |\dot{A}_n| \exp(-i\varphi_n).$$

Для эквидистантной линейки ($x = nd$, где d – расстояние между излучателями) при постоянном амплитудном ($|\dot{A}_n| = 1$) и линейном фазовом ($\varphi_n = n\varphi_0$) распределениях поля в антенне диаграмма направленности имеет следующий вид:

$$F = F_0 \frac{\sin \left[\frac{N}{2} (kd \cdot \sin \vartheta - \varphi_0) \right]}{N \sin \left[\frac{1}{2} (kd \cdot \sin \vartheta - \varphi_0) \right]}, \quad (106)$$

где φ_0 – разность фаз полей соседних излучателей.

При качании ДН в определенном секторе \mathcal{G}_c нас интересуют следующие параметры: ширина луча $\Delta \mathcal{G}$, уровень боковых лепестков ξ , уровень максимумов высших порядков и их количество в секторе сканирования \mathcal{G}_c .

Сначала рассмотрим главный лепесток. Полезно ввести в выражение (106) направление максимального излучения, т. е.

$$F = F_0 \frac{\sin \left[\frac{N}{2} kd (\sin \vartheta - \sin \vartheta_{\text{гл}}) \right]}{N \sin \left[\frac{1}{2} kd (\sin \vartheta - \sin \vartheta_{\text{гл}}) \right]}. \quad (107)$$

При отклонении главного лепестка от нормали появляются искажения ДН трех видов: 1) расширение, 2) асимметрия, 3) конусность.

Расширение главного лепестка можно оценить с помощью коэффициента расширения ν_a , определив его как

$$\nu_a(\vartheta_{2l}) = \frac{\Delta \mathcal{G}_a(\vartheta_{2l})}{\Delta \mathcal{G}_a(0^\circ)}, \quad (108)$$

где $\Delta \mathcal{G}_a(\vartheta_{2l})$ – ширина главного лепестка по уровню a , отклоненного на угол ϑ_{2l} ; $\Delta \mathcal{G}_a(0^\circ)$ – ширина главного лепестка по уровню a при излучении по нормали.

Для нахождения значений $\Delta \mathcal{G}(\vartheta_{2l})$ необходимо решить уравнение

$$\frac{\sin\left[\frac{N}{2}kd(\sin\vartheta_{1,2} - \sin\vartheta_{\text{гл}})\right]}{N\sin\left[\frac{kd}{2}(\sin\vartheta - \sin\vartheta_{1,2})\right]} = 0.707, \quad (109)$$

где ϑ_1 и ϑ_2 – углы, при которых ДН достигает величины 0.707, т. е. $\Delta\vartheta(\vartheta_{2л}) = \vartheta_2 - \vartheta_1$. В случае узких ДН можно считать, что

$$\sin\frac{kd}{2}(\sin\vartheta_{1,2} - \sin\vartheta_{\text{гл}}) \cong \frac{kd}{2}(\sin\vartheta - \sin\vartheta_{1,2}),$$

тогда

$$\frac{\sin\left[\frac{N}{2}kd(\sin\vartheta_{1,2} - \sin\vartheta_{\text{гл}})\right]}{N\frac{kd}{2}(\sin\vartheta_{1,2} - \sin\vartheta_{\text{гл}})} = 0,707 \quad (109a)$$

или $\sin x/x = 0,707$, $x = \frac{N}{2}kd(\sin\vartheta - \sin\vartheta_{1,2})$.

Это уравнение имеет решение вида:

$$\sin\vartheta_{1,2} = \pm \frac{0,886\pi}{Nkd} + \sin\vartheta_{\text{гл}}.$$

Тогда коэффициент расширения получаем в виде:

$$\nu_a = \frac{\arcsin(\beta + \sin\vartheta_{\text{гл}}) + \arcsin(\beta - \sin\vartheta_{\text{гл}})}{2 \arcsin\beta}, \quad (110)$$

где $\beta = \frac{0,886\pi}{Nkd}$. В случае антенн с большим числом элементов N и $\vartheta_{2л} \leq 45^\circ$

можно $\arcsin(\beta \pm \sin\vartheta_{\text{гл}})$ разложить в ряд по малому параметру:

$$\arcsin(\beta \pm \sin\vartheta_{\text{гл}}) \cong \beta \pm \vartheta_{2л} + \frac{(\beta \pm \vartheta_{2л})^3}{6} + \dots,$$

тогда

$$\nu_a = \frac{2\beta + \frac{\beta^3}{3} + \beta\vartheta_{2л}^2}{2\beta + \frac{\beta^3}{3}} \cong 1 + \frac{\vartheta_{2л}^2}{2}.$$

Или окончательно получаем выражение для коэффициента расширения в виде:

$$\nu_a \cong \frac{1}{\cos\vartheta_{\text{гл}}}. \quad (111)$$

Расширение главного лепестка (а также боковых) наступает вследствие уменьшения эффективной длины антенны при наклоне главного лепестка.

При отклонении от нормали к системе главный лепесток (а также все остальные) становятся асимметричным относительно направления максимума, так как более отклоненная от нормали часть лепестка расширяется больше, чем менее отклоненная часть. Это явление необходимо учитывать при определении

угловых координат цели в радиолокации, чтобы избежать возникновения систематических ошибок. Количественно асимметрию главного лепестка на уровне a можно оценить с помощью коэффициента асимметрии

$$\kappa_a = \frac{(\vartheta_2 - \vartheta_{2л}) - (\vartheta_{2л} - \vartheta_1)}{\vartheta_2 - \vartheta_1}$$

$$\text{или } \kappa_a = \frac{\arcsin(\beta + \sin \vartheta_{гл}) - \arcsin(\beta - \sin \vartheta_{2л}) - 2\vartheta_{2л}}{\arcsin(\beta + \sin \vartheta_{2л}) + \arcsin(\beta - \sin \vartheta_{2л})}. \quad (112)$$

При $L/\lambda \gg 1$ и $\vartheta_{2л} < \frac{\pi}{2}$, выполнив предельный переход в выражении (112), получаем:

$$\kappa_a \cong \frac{\beta}{2} \operatorname{tg} \vartheta_{2л}. \quad (113)$$

Во всенаправленной линейной антенне, где множитель системы в экваториальной плоскости не зависит от угла φ , главный лепесток при отклонении от нормали к системе образует коническую (воронкообразную) поверхность. Если система обладает направленностью по углу φ , то главный лепесток занимает часть этой воронки.

Конусность главного лепестка при наклоне необходимо учитывать, чтобы избежать систематической ошибки радиолокационной станции в определении угловой координаты цели, не находящейся на оси симметрии главного лепестка. Эта ошибка

$$\delta \vartheta = \vartheta_{2л} - \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg} \vartheta_{2л}}{\cos \varphi}\right). \quad (114)$$

Линейная антенна может иметь несколько максимумов (интерференционных) излучения, равных по интенсивности главному максимуму. Эти максимумы будут иметь место под углами ϑ_p , для которых выполняется условие синфазности сложения полей от всех излучателей антенной решетки:

$$\frac{kd}{2}(\sin \vartheta_p - \sin \vartheta_{гл}) = p\pi, \quad p = \pm 1, \pm 2, \dots$$

или

$$\sin \vartheta_p = \frac{2p\pi}{kd} + \sin \vartheta_{гл}. \quad (115)$$

Появление интерференционных максимумов при движении луча антенны является чрезвычайно важным и крайне нежелательным в теории антенн с немеханическим движением луча. Поэтому остановимся на этом подробнее.

При $d < \frac{\lambda}{2}$ максимумы высших порядков не появляются ни при каких положениях $\vartheta_{2л}$. Действительно, при $d < \frac{\lambda}{2}$ в случае $\vartheta_{2л} = 0$ направления ближайших максимумов высших порядков ($p = \pm 1$) согласно формуле (115) определяются выражением $\sin \vartheta_{\pm 1} = 2$. Если $\vartheta_{2л} = 90^\circ$, тогда $\sin \vartheta_{гл} \geq \pm 1$. Полученные значения $\sin \vartheta > 1$ говорят о том, что максимумы высших порядков находятся в

области мнимых углов и не могут появиться в области реальных действительных углов.

Если $d = \lambda$, тогда $\sin \vartheta_p = p + \sin \vartheta_{гл}$. Тогда при $\vartheta_{гл} = 0$ ближайшие интерференционные максимумы находятся при $\sin \vartheta_{\pm 1} = \pm 1$, $\vartheta_{\pm 1} = \pm 90^\circ$ (рис.18).

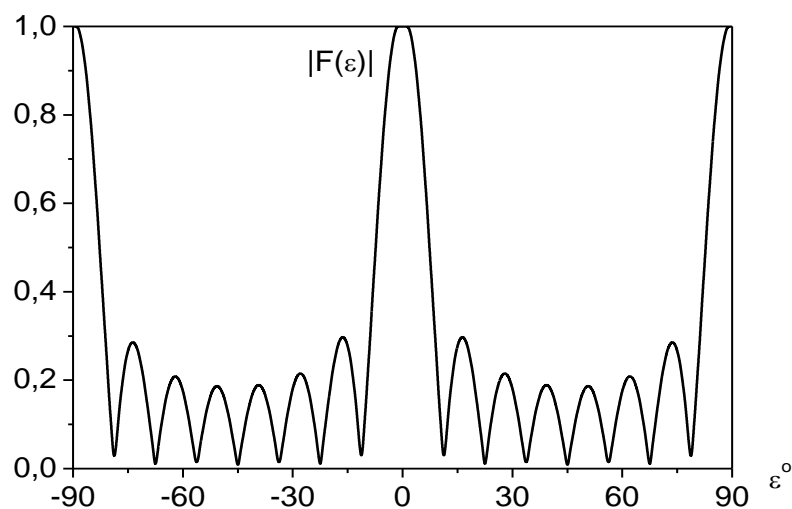


Рис. 18 Диаграмма направленности системы дискретных излучателей в случае расстояний между элементами антенной решетки равных длине волны

Максимумы высших порядков появляются в тех направлениях, в которых разность хода волн, излученных различными излучателями, отличается на целое число длин волн. Естественно, что появление максимума высшего порядка, равного по интенсивности главному, совершенно неприемлемо. Поэтому если антенна составлена из ненаправленных излучателей, то их нужно располагать на расстояниях, не превышающих $\frac{\lambda}{2}$. Это приводит к необходимости использовать большее число излучающих элементов и соответственно большее число управляющих устройств. Размер линейной антенны задается шириной главного луча, и если излучатели располагаются через $\frac{\lambda}{2}$, то их число зависит только от ширины луча. Чтобы уменьшить число излучателей, их нужно располагать на большом расстоянии друг от друга. Для подавления возникающего при этом максимума высшего порядка вместо ненаправленных излучателей нужно применять направленные.

Вопросы и упражнения

1. Сформулируйте правило перемножения диаграмм для линейных, плоскостных и объемных антенных систем.
2. Справедливо ли правило Бонч-Бруевича для излучателей, расположенных на криволинейных поверхностях?

3. Приведите часто встречающиеся законы изменения амплитуды и фазы в раскрывах антенн. Какие ДН им соответствуют? В каких случаях управляют уровнем ДН? управляют положением \mathcal{G}_{max} ?

4. Физический смысл максимумов высших порядков. В каких антеннах они возникают?

5. Получите выражение для \mathcal{G}_{max} высших порядков системы, состоящей из двух изотропных излучателей, расположенных на расстоянии d относительно друг друга при условии:

$$|A_1| = |A_2|, \varphi_0 = \pi/2; \quad d = \lambda/4, \quad d = \lambda/2, \quad d = \lambda.$$

6. Тонкий симметричный вибратор длиной $2l = \lambda/2, \lambda, 2\lambda$ возбуждается сторонней ЭДС, приложенной на участке бесконечно малой длины в его центре. Рассчитайте и изобразите графически распределение относительной амплитуды тока вдоль вибратора, считая амплитуду тока в точках питания равной j_0 .

7. Рассчитайте и постройте в полярных координатах нормированную диаграмму направленности в меридиональной плоскости вектора \vec{E} симметричного вибратора длиной $2l = \lambda/2$, а также для $2l = \lambda$, $2l = 2\lambda$. Сравните ДН для всех исследуемых длин вибраторов.

8. Исследуйте зависимость уровня и ширины боковых лепестков ДН от номера лепестка для антенн разных электрических длин (5λ , 10λ , 50λ).

9. Два симметричных полуволновых вибратора расположены на расстоянии d друг от друга так, что их экваториальные плоскости совпадают. Оба вибратора возбуждаются равными по амплитуде электрическими токами.

Рассчитайте и постройте в полярных координатах нормированную ДН этих вибраторов в экваториальной и меридиональной плоскостях при $d = \lambda/4$, $\lambda/2$ и λ , считая, что вибраторы возбуждаются: 1) синфазно; 2) противофазно; 3) в квадратуре (т.е. со сдвигом по фазы на $\pi/2$).

10. Найдите ширину лепестка ДН в плоскостях векторов \vec{E} и \vec{H} системы, описанной в п. 9, в случае синфазного возбуждения обоих вибраторов. Сравните F_E и F_H . Объясните полученный результат.

11. Расстояние между центрами соседних вибраторов равно половине длины волны (рис.19). Каким должен быть угол сдвига фаз токов двух соседних вибраторов решетки, чтобы направление максимального излучения было под углом $\mathcal{G}_{max} = 60^\circ$ к оси решетки?

12. Определите ширину главного лепестка ДН в плоскостях \vec{E} и \vec{H} соответственно двумерной антенны, состоящей из полуволновых, синфазно воз-

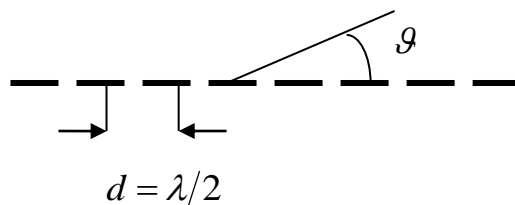


Рис.19

бужденных вибраторов, расположенных на расстояниях $d_1 = \lambda_0/2$ и $d_2 = \lambda_0/2$ (рис. 20). Амплитуды токов во всех вибраторах одинаковы.

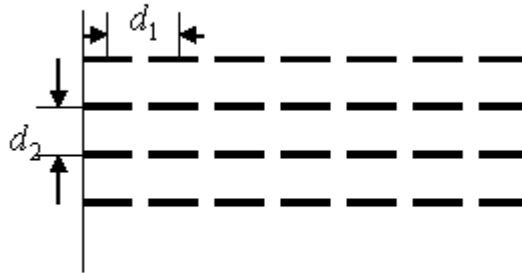


Рис. 20.

13. Исследуйте зависимость ширины главного лепестка ДН двухэлементной решетки диполей Герца (в плоскостях \vec{E} и \vec{H}) от расстояния между ними ($d/\lambda = 0.1 \dots 5$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Основные физические результаты анализа диаграмм направленностей сводятся к следующему:

1. Ширина диаграммы направленности обратно пропорциональна ее электрической длине:

$$2\varepsilon_0 \sim \lambda/a,$$

где ε_0 – направление первого «нуля» ДН.

2. В случае синфазных систем главный максимум диаграммы направленности ориентирован перпендикулярно оси системы.

3. Постоянному амплитудному распределению соответствует минимальная ширина главного лепестка диаграммы направленности по половине мощности:

$$2\varepsilon_{0.5}^0 = 51 \frac{\lambda}{a}$$

и довольно высокий уровень боковых лепестков: максимум первых трех составляют 21.2 %, 12.7 %, 9.1 % от главного.

4. При спадающем до нуля амплитудном распределении по закону косинуса ($A_0 = 0$, $m = 1$ в формуле (31)) уровень первого бокового лепестка понижается до 6,6 %, т. е. уменьшается более чем в три раза. Но при этом главный лепесток ДН расширяется:

$$2\varepsilon_{0.5}^0 \cong 68 \frac{\lambda}{a}.$$

5. Линейное изменение фазы вдоль системы излучателей приводит к повороту главного лепестка ДН. Это объясняется тем, что синфазное сложение векторов поля излучателей происходит в том направлении, где несинфазность запитки соседних излучателей компенсируется набегом фаз за счет разности хода лучей от них. Ширина главного лепестка ДН и уровень боковых при малых углах отклонения практически не изменяются. Эффект поворота луча при линейном фазовом распределении используется для создания сканирующих антенн.

6. При кубическом законе фазового распределения происходит поворот и искажение ДН: главный лепесток становится несимметричным, уровни боковых лепестков по одну сторону от главного понижаются, по другую – повышаются по сравнению с синфазными системами.

7. Квадратичные фазовые искажения приводят к расширению главного лепестка ДН, а при больших сдвигах фазы на краю ($\Delta\varphi \geq 2\pi$) даже к появлению провала в центре, а затем – к раздвоению его. Уровень боковых лепестков возрастает, исчезают направления нулевого излучения – «заплывают нули».

8. В случае дискретных систем излучателей при расстоянии между соседними излучателями, большем длины волны в свободном пространстве, кроме главного лепестка ДН, появляются дополнительные интерференционные максимумы, равные по уровню главному лепестку. Они появляются в тех направлениях, где за счет разности хода лучей от соседних излучателей, кратной

длине волны, вновь создаются условия для синфазного сложения полей от всех излучателей, т. е. ДН становится многолучевой (рис. 6). Это явление учитывается при создании решеток дискретных излучателей. При широкоугольном сканировании излучатели располагают на расстояниях, не превышающих половину длины волны в свободном пространстве.

Перечисление закономерности далеко не исчерпывают весь круг физических явлений, имеющих место в излучающих системах. Как правило, в реальных системах эти явления накладываются друг на друга, создавая сложную картину распределения излучаемого поля во всем пространстве наблюдения. Чтобы создать излучающие системы с заданными характеристиками, нужно четко представлять физические закономерности формирования направленных свойств, умело комбинировать их и исключать нежелательные явления.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Дифференциальные операторы в сферической системе координат

$$\text{grad } u = \vec{r}^0 \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\vec{g}^0}{r} \frac{\partial U}{\partial \vartheta} + \frac{\vec{\varphi}^0}{r \sin \vartheta} \frac{\partial U}{\partial \varphi},$$

$$\text{div } \vec{A} = \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sin \vartheta A_r) + \frac{\partial}{\partial \vartheta} (r \sin \vartheta A_\vartheta) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (r A_\varphi) \right];$$

$$\text{rot } \vec{A} = \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \begin{vmatrix} \vec{r}^0 & r\vec{g}^0 & r \sin \vartheta \vec{\varphi}^0 \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \vartheta} & \frac{\partial}{\partial \varphi} \\ A_r & r A_\vartheta & r \sin \vartheta A_\varphi \end{vmatrix};$$

$$\Delta U = \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \sin \vartheta \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial U}{\partial \vartheta} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right) \right].$$

Рекомендованная литература

1. Шубарин Ю. В. Антенны сверхвысоких частот. – Х. – Выща шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1960.
2. Фельд Я. Н., Бененсон Л. С. Антенно-фидерные устройства. – Ч. П. – М.: Изд-во ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1959.
3. Никольский В. В. Антенны. – М. Связь, 1966.
4. Никольский В. В. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Наука, 1978.
5. Сазонов Д. М. Антенны и устройства СВЧ. – М.: Высш. шк., 1988.
6. Фрадин А. З. Антенно-фидерные устройства. – М.: Связь, 1977.
7. Айзенберг Г. З., Ямпольский В. Г., Терешин О. Н. Антенны УКВ / Под ред. Г. З. Айзенберга. – М.: Связь, 1977.
8. Айзенберг Г. З., Белоусов С. П., Журбенко Э. М. и др. Коротковолновые антенны. – М.: Радио и связь, 1985.
9. Хижняк М. А. Теорія хвильових процесів: Навчальний посібник / Хижняк М. А. – Х.: Штрих, 2003.
10. Ільницький Л. Я., Савченко О. Я., Сібрук Л. В. Антенні та пристрої надвисоких частот. – К.: Укртелеком, 2003.
11. Лобкова Л. М. Проектирование антенн и устройства СВЧ. – Севастополь: Изд-во Сев. НТУ, 2002.

Содержание	стр
Введение.....	3
Общие положения.....	5
1. Поле заданных источников.....	6
2. Выражение для вектора Герца в дальней зоне.....	9
3. Комплексный множитель системы излучателей.....	10
<i>Вопросы и упражнения</i>	<i>11</i>
4. Выражения для \vec{E} и \vec{H} в дальней зоне антенны.....	12
4.1. Сферическая система координат.....	12
4.2. Связь полей \vec{E} и \vec{H} с вектором Герца в дальней зоне.....	12
5. Элементарные излучатели.....	14
5.1. Электрический диполь Герца.....	14
5.2. Магнитный диполь Герца.....	14
5.3. Элементарный излучатель Гюйгенса.....	14
<i>Вопросы и упражнения.....</i>	<i>15</i>
6. Линейные антенны.....	16
6.1. Общие выражения для полей.....	16
6.2. Правило перемножения диаграмм направленности.....	16
6.3. Направленные свойства непрерывной линейной системы элементарных излучателей.....	17
6.3.1. Синфазные системы с постоянным и спадающим к краям амплитудным распределением.....	17
6.3.2. Несинфазные системы с постоянным и спадающим к краям амплитудным распределением.....	22
6.3.3. Система с бегущей волной.....	28
7. Плоская система излучателей.....	32
7.1. Диаграмма направленности прямоугольного раскрыва.....	33
7.2. Коэффициент направленного действия плоской системы излучателей.....	34
8. Сканирующие антенные решетки.....	38
<i>Вопросы и упражнения.....</i>	<i>43</i>
Заключение.....	46
Приложение.....	48
Список рекомендованной литературы.....	49

Навчальне видання

Горобець Микола Миколайович
Ляшенко Валентина Олександрівна
Яцук Людмила Прокоф'євна

Теорія хвильових процесів

Редактор І. Ю. Агаркова
Коректор О. В. Плахоніна
Комп'ютерна верстка Г. О. Булгакова
Макет обкладинки І. М. Дончик

Підписано до друку 7.12.05 Формат 60×84/16
Обл.-вид. 3,25 Умов. друг. арк. 3,02 Наклад 100 прим.

61077, Харків, майдан Свободи, 4, Харківський національний університет ім.. В. Н. Каразіна,
організаційно-видавничий відділ НМЦ

Надруковано ПП Азамаєв В. Р.
Харків, вул. Героїв праці, 17

Заметки